Tomo XIV 15 de Julio Núm. 90

ANALES DEL INSTITUTO DE INJENIEROS

ALGUNAS OBSERVACIONES acerca del trabajo del Sr. Valentin Martinez sobre hidráulica aplicada a la agricultura

POR A. OBRECHT.

La lectura del trabajo del señor Martinez (1) me ha sujerido algunas observaciones en la parte referente a la construccion de un marco i he tomado la resolucion de publicar estas observaciones porque la cuestion de la reparticion racional de las aguas tiene un verdadero interés práctico en Chile i porque, hasta ahora, no se conoce ninguna solucion definitiva del problema. Espero tambien que esta publicacion suscitará algunas discusiones, las cuales podrán contribuir al perfeccionamiento de los métodos usados actualmente.

Por lo demás, bien se sabe que "*la critique est aisée et l'art est difficile*" i, por esto, las críticas que puede suscitar el trabajo del señor Martinez, no quitan a su autor el mérito de haber señalado una causa de error que, hasta ahora, no se habia tomado en cuenta.

*
* *

Debo confesar, desde luego, que en ninguna parte del trabajo, he encontrado una indicacion clara de la forma del marco adoptado

(1) *Anales del Instituto de Injenieros*, Tomo XIII, Pájina 466.

por el señor Martinez. Despues de atribuir la mala reparticion de las aguas de caudal variable a tres causas principales, el señor Martinez recuerda que, para dividir la seccion normal de un canal matriz en dos partes cuyos gastos tengan entre sí una razon dada, no basta dividir simplemente el ancho del canal en dos partes proporcionales a estos gastos; en seguida, indica un método gráfico para fijar la posicion de la recta vertical que reparte los gastos en la razon dada i, finalmente, hace notar que la posicion de esta recta varia con la altura del agua en el canal.

Lo único lójico que parece resultar de esto es que el autor preconisa el empleo de una aguja móvil con una punta de diamante vertical. Esta solucion es efectivamente racional pero, en la práctica, es irrealisable porque ella exijiria la presencia constante de alguna persona.

A la verdad, no creo tampoco que sea esta la solucion adoptada por el señor Martinez, porque mas adelante se habla de cierta *construccion jeométrica sencillísima*, encaminada *probablemente* a la construccion de una curva; pero no he podido comprender, con claridad, cual era el objeto de esta curva, ni cual era su definicion.

*
* *

En otra parte de su trabajo, i sin transicion ninguna, el señor Martinez estudia un problema completamente distinto del primero. Este problema puede enunciarse de la manera siguiente: *dos canales tienen una misma pendiente i los gastos tienen entre sí una razon constante, cualquiera que sea la altura de agua; la seccion de uno de los canales es rectangular i uno de los paramentos del otro canal es vertical ¿cual debe ser el perfil del otro paramento para que, en el caso del movimiento uniforme, las alturas de agua en los dos canales sean siempre iguales entre sí?*

He aquí la solucion teórica:

Sean (fig 1): *ABOX* la seccion rectangular del primer canal, *OX* el paramento vertical del segundo i *CD* el perfil buscado.

En un canal descubierto cualquiera, el movimiento medio del agua es uniforme cuando la altura del agua, el gasto i la pendiente averiguan la relacion conocida

$$(1) \qquad RI = A \left(\frac{Q}{w}\right)^2$$

R es el radio medio, I la pendiente, A un coeficiente que depende de la naturaleza de las paredes i de la forma de la seccion, Q el gasto i w el area de la seccion normal.

Supongamos que la relacion (1) se refiere al primer canal. tendremos de la misma manera, para el segundo

$$(2) \qquad R' I = A' \left(\frac{Q'}{w'}\right)^2$$

Luego

$$(3) \qquad \frac{R'}{R} = \frac{A'}{A} \frac{Q'^2}{Q^2} \frac{w^2}{w'^2}$$

Tal es la relacion que permite determinar la forma del perfil buscado.

Referimos los puntos de este perfil al eje OX i a otro eje OY, perpendicular al primero, i situado en el fondo del canal; sean x la altura del agua; $OB = a$ el ancho del primer canal i $OC = a'$ el ancho del segundo en el fondo; sea tambien s el arco mojado del perfil CD; tendremos:

$$A = a\,x$$

$$R = \frac{a\,x}{a + 2\,x}$$

$$R' = \frac{w'}{a' + x + s}$$

Admitirémos ahora, para mas sencillez, que $A' = A$; la ecuacion (3) dará entónces:

$$(4) \qquad \frac{w'^3}{a' + x + s} = \frac{Q'^2}{Q^2} \frac{a^3 x^3}{a + 2x}$$

Esta ecuacion debe tener lugar cualquiera que sea x; supongamos, en primer lugar, que x sea infinitamente pequeño, entónces w' podrá reemplazarse por $a'x$ i se obtendrá, en el límite,

$$\frac{a'^3}{a'} = \frac{Q'^2}{Q^2} \frac{a^3}{a}$$

O bien

$$\frac{a'}{a} = \frac{Q'}{Q}$$

Luego, como era fácil de preverlo, los anchos de los dos canales en el fondo, deben estar entre sí como los gastos.

La ecuacion (4) se trasforma entónces en la siguiente:

$$\frac{w'^3}{a' + x + s} = \frac{a a'^2 x^3}{x \; a + 2}$$

Ahora w' i s son ligados a x, y por medio de las relaciones

$$\frac{d w'}{d x} = y$$

$$d s = \sqrt{d x^2 + d y^2}$$

Tenemos así tres ecuaciones entre las cuales se puede eliminar w' i s para obtener la ecuacion en x, y del perfil CD.

Se comprende, desde luego, que la eliminacion dará una ecuacion diferencial mui complicada; no hai, por lo demas, interes ninguno en escribirla, porque ella no se puede integrar.

Si se quisiera determinar gráficamente la forma del perfil, habria que determinar en cada uno de sus puntos el coeficiente angular de la tanjente. Aun así, el trazado seria demasiado laborioso en la práctica.

En resúmen, la solucion rigorosa del problema considerado es demasiado complicada para prestarse a una aplicacion práctica.

*
* *

Propondremos la siguiente solucion aproximada: supongamos que se de, a la seccion normal del segundo canal, la forma de un trapecio isóceles, se podrá determinar la inclinacion de los lados iguales i la base de tal manera que, en los dos canales, las alturas de agua sean iguales para $x = o$ i $x = h$, siendo h cierto límite práctico superior de x.

Sea a el ángulo de los lados iguales con la vertical, i a' la base, tendremos:

$$w' = a\,x \qquad\qquad w' = x\,(a' + x\,tj\,a)$$

$$R = \frac{a\,x}{a + 2\,x} \qquad\qquad R' = \frac{x\,(a' + x\,tj\,a)}{a' + 2\,x\,sec\,a}$$

Llevemos estos valores en la ecuacion (3) i supongamos, como mas arriba, que $A' = A$; tendremos:

$$(5) \qquad \frac{(a' + x\,tj\,a)^3}{a' + 2\,x\,sec\,a} = \frac{Q'^2}{Q^2}\,\frac{a^3}{a + 2\,x}$$

Para $x = o$, se obtiene:

$$\frac{a'^3}{a'} = \frac{Q'^2}{Q^2}\,\frac{a^3}{a}$$

O bien

$$\frac{a'}{a} = \frac{Q'}{Q}$$

Luego a' i a son proporcionales a Q' i Q; es la condicion ya obtenida.

Hagamos ahora $x = h$, la ecuacion (5) dará:

$$\frac{(a' + h\, tj\, a)^3}{a' + 2\, h \sec a} = \frac{a\, a'^2}{a + 2\, h}$$

O bien

$$(6) \qquad 1 + \frac{h}{a'}\, tj\, a = \left[\frac{1 + \frac{2\, h}{a'} \sec a}{1 + \frac{2\, h}{a}}\right]^{\frac{1}{3}}$$

Esta es la ecuacion que permite determinar el ángulo a.

Para resolverla se procederá por aproximaciones sucesivas:

1.° Se reemplazará sec a por uno en el segundo miembro de (6) i se obtendrá una primera aproximacion a_1 por medio de la ecuacion

$$1 + \frac{h}{a'}\, tj\, a_1 = \left[\frac{1 + \frac{2\, h}{a'}}{1 + \frac{2\, h}{a}}\right]^{\frac{1}{3}}$$

2.° Se reemplazará *sec* a por *sec* a_1, en el segundo de (6), i se obtendrá una segunda aproximacion a_2 por medio de la ecuacion

$$1 + \frac{h}{a'}\, tj\, a_2 = \left[\frac{1 + \frac{2\, h}{a'} \sec a_1}{1 + \frac{2\, h}{a}}\right]^{\frac{1}{3}}$$

En jeneral este valor de a_2 será suficientemente aproximado; sin embargo, si a_2 estuviera mui distinto de a_1 se procederia a una tercera aproximacion, reemplazando *sec* a por *sec* a_2, en el segundo miembro de (6), i así en seguida.

EJEMPLO NUMÉRICO

Supongamos que se tenga

$$Q = 3Q'$$
$$h = 2a'$$

Se tendrá tambien $a = 3a'$ i la ecuacion (6) dará

$$1 + 2\, tj\, a = \left(\frac{1 + 4 \sec a}{1 + \frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}$$

1.ª Aproximacion. Reemplacemos $\sec a$ por 1, entonces

$$1 + 2\, tj\, a_1 = \left(\frac{1 + 4}{1 + \frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = 1{,}29$$
$$tj\, a_1 = 0{,}145$$
$$a_1 = 8^\circ, 2$$

2.ª Aproximacion. Reemplacemos $\sec a$ por $\sec a_1$; entonces

$$1 + 2\, tj\, a_2 = \left(\frac{1 + 4 \sec a_1}{1 + \frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{3}} = 1{,}293$$
$$tj\, a_2 = 0{,}147$$
$$a_2 = 8^\circ, 3$$

Se ve que esta segunda aproximacion es suficiente.

***

Esplicaremos ahora cual es el alcance del problema anterior: supongamos que se haya determinado la posicion exacta de la recta vertical que divide la seccion normal de un canal matriz en dos partes cuyos gastos tengan, entre sí, una razon dada. Si se colocara la punta de diamante de la aguja en coincidencia con esta recta i, si las secciones normales de los dos canales derivados, pasante i saliente, estuvieran respectivamente iguales a las dos secciones del canal matriz, la reparticion de los gastos no conservaria la razon dada. En efecto, la resistencia de las paredes obraria de distinta manera en el pasante i el saliente; se produciria una surelevacion del nivel en este último canal i de ahí resultaria una perturbacion refleja en el plano de la particion i en la particion misma. Es para evitar esta perturbacion que se debe modificar convenientemente la seccion normal del saliente; desde cierta distancia, aguas abajo del plano de la particion. Por lo demas, la porcion del saliente cuya seccion debe modificarse debe abarcar una estension suficiente, en relacion con la pendiente

En resúmen, lo espuesto hasta ahora muestra que la reparticion racional de las aguas de caudal variable exije la resolucion de dos problemas distintos: 1.° dividir, por medio de una aguja fija, la seccion normal rectangular de un canal matriz en dos canales cuyos gastos tengan entre sí una razon dada, la misma para todas las alturas de agua; 2.° determinar la forma del saliente para que el escurrimiento del agua en los dos canales derivados no produzca alguna perturbacion en el plano de la particion.

*
* *

Ya hemos dado una solucion aproximada del segundo problema; el primero puede resolverse prácticamente de la siguiente manera: subdividemos la seccion lonjitudinal del canal matriz (aguas arriba del marco) por medio de una serie de paredes verticales, parálelas a los paramentos del canal: una primera pared divide la seccion en dos partes iguales, despues, i a cierta distancia, *aguas abajo*, dos paredes dividen, por mitad, cada mitad del canal primitivo, i así en seguida.

Teóricamente la subdivision deberia continuar indefinidamente para que se obtuviera finalmente una reparticion uniforme de los gastos en una última seccion normal, pero, en la práctica, el número de paredes será forzosamente limitado i en relacion con el ancho del canal. Supongamos que, en un canal dado, se hayan colocado tres paredes lonjitudinales; entonces si la punta de diamante está en la prolongacion de una de ellas o en el medio del intervalo de dos paredes consecutivas, se obtendrá, para todas las alturas de agua, una subdivision rigurosa, en la cual la razon entre el gasto del saliente i el gasto del canal matriz es una de las fracciones $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$.

Para otra razon distinta de los gastos, las tres paredes serian insuficientes para asegurar una particion rigorosa; sin embargo se comprende que su presencia habrá uniformado en parte los gastos, i el error de una particion, proporcional a los anchos, estará mui reducido.

No se sabe de antemano cual es el largo que se debe dar a las paredes lonjitudinales, la esperiencia solo puede indicarlo; sin embargo es evidente que las distancias de los planos normales, en donde principian las series consecutivas de paredes, deben ir disminuyendo progresivamente, puesto que, en las corrientes líquidas divididas por ellas, los areas de las secciones normales disminuyen tambien progresivamente.

Por lo demas, se comprende que las paredes mismas pueden ser tan delgadas como se quiere, porque los esfuerzos que ellas soportan se equilibran a los dos lados.

***

Respecto de la causa de error debida a la inclinacion del saliente sobre el canal matriz, el señor Martinez trata de determinar teóricamente las inclinaciones que deben tener los dos canales derivados sobre el canal matriz.

Es posible que las inclinaciones así obtenidas sean mas convenientes que las usadas jeneralmente; sin embargo, en el estado actual de la hidráulica, es mui arriesgado establecer una teoría que no descanse directamente sobre la observacion.

A. OBRECHT.