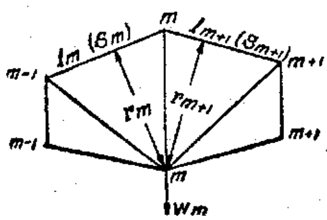
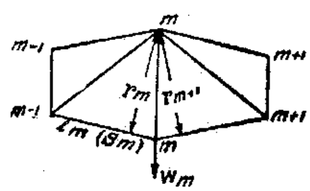
Método de cálculo de puentes colgantes según Muller-Breslau

por

C. Olavarrieta

(Continuación)





$$\omega_m = + \frac{M'_m \, l_m}{E \, S_m \, r_m^2} + \frac{M'_m \, l_{m+1}}{+ \, E \, S_{m+1} \, r_{m+1}^2}$$

Siendo el valor E constante para todas las barras conviene multiplicar a ω_m por E y además por una sección arbitraria de valor constante S_c. En tal caso los pesos elásticos toman el valor:

$$\omega'_m = \frac{M'_m \, l_m}{r_m^2} \; \frac{S_c}{S_m}$$

Tomando estos pesos elásticos para el trazado de la elástica es necesario multiplicar las ecuaciones de elásticidad IV por ESc con excepción de los términos ΣPd.— De modo que para un sistema indeterminado en primer grado se tendrá:

$$ESc \; L1 = \Sigma P_m \;\; \delta_{m1} - X \Sigma \; F1^2 \; 1 \frac{Sc}{s} + ESc \; \Sigma \epsilon \; t \; F1 \; 1.$$

y para la influencia de una carga P, de una variación de temperatura t y de una traslación de los apoyos se hallarán sucesivamente los valores:

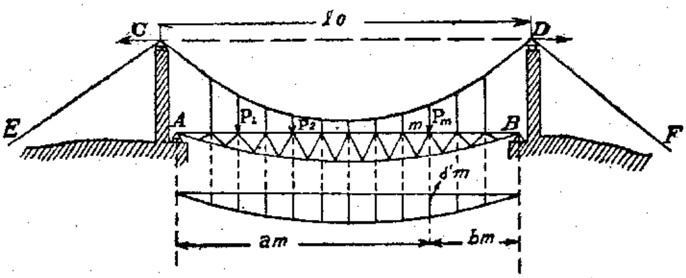
$$X = P_m \frac{\delta m1}{R} \qquad X_t = \frac{\Sigma E S_c \Sigma F_1 t l}{R} \qquad \triangle X = -\frac{E S_c L_1}{R}$$

donde $R = \Sigma\, F_1^2 l \frac{S_c}{s}$

CALCULO DE LAS MAGNITUDES ESTATICAMENTE INDETERMINADAS MEDIANTE EL TEOREMA DE MAXWELL.

El teorema de Maxwell dice que si en un par de puntos mm_1 de un sólido o de un sistema enrejado obra una fuerza P_m unitaria ella produce una traslación de un punto $\underline{n}$ cuya proyección sobre una dirección P_n es igual a δ_{nm} y que si actúa una carga P_n unitaria ella produce una traslación recíproca del par de puntos $m^m{}_1$ cuya proyección en la dirección de P_m es tal que:

$$\delta_{mn} = \delta_{nm}$$



Basados en este teorema se pueden encontrar las expresiones de las magnitudes X. Supongamos el caso de los puentes colgantes. Hagamos actuar sobre la viga atiesadora un sistema de cargas P en la hipotésis que se hayan cortado los fiadores CE y DF la viga será simplemente apoyada y las reacciones de apoyo son:

$$A_o = \frac{\Sigma Pb}{l}$$

$$B_o = \frac{\Sigma Pa}{l}$$

Los esfuerzos Fo se podrán hallar fácilmente por medio de un Cremona. Los puntos C y D sufrirán traslaciones y la distancia horizontal l_o sufrirá un acortamiento en su longitud igual a δ_o. Supongamos ahora que no actúen las cargas P y que el cable no esté cortado actuando en él una tracción horizontal X la distancia l_o

sufrirá un alargamiento de longitud $\delta' X$ siendo δ' el acortamiento que experimenta l_o cuando en C y D obran cargas que producen una compresión horizontal unitaria.

Si suponemos que los puntos C y D son inmóviles, las traslaciones recíprocas del par de puntos C y D son nulas y se tendrá por lo tanto

$$\delta_o - \delta' X = O$$

de donde

$$X = \frac{\delta_o}{\delta'}$$

Si C y D fueran móviles y experimentaran una traslación $\delta\omega$ se tendría que

$$\delta_o - \delta' X = \delta\omega$$

De igual manera se tendrá para una variación de temperatura que

$$\delta_t - X_t \delta' = O$$

$$X_t = \frac{\delta_t}{\delta'}$$

Como se ve el inconveniente que tiene este método es que es necesario determinar δ_o para cada posición del tren. Supongamos que actúa en el cable una carga $X = -1$ (compresión) el punto m de la viga sufrirá un descenso δ'_m valor fácilmente calculable trazando un diagrama de traslación para el estado de carga $X = -1$; luego tendremos que la unidad de carga de los puntos C y D produce una traslación δ'_m en m y por lo tanto la misma carga aplicada en m producirá una traslación recíproca de C y D igual a δ'_m según Maxwell. Luego la carga Pm ejercerá sobre la variación de longitud δ_o la influencia Pm δ'_m. Se deduce que

$$\delta_o = \Sigma \, P_m \, \delta'_m$$

y por lo tanto la influencia de las cargas P sobre X será:

$$X = \frac{1}{\delta'} \Sigma \, P_m \, \delta'_m$$

Luego, la elástica, para el estado de carga $X = -1$, de la cuerda donde actúan las cargas es al mismo tiempo la línea de influencia de X y el multiplicador de esta línea es $\frac{1}{\delta'}$

(Continuará)