

# Cálculo de tablestacas\*

(Traducción efectuada por los ingenieros señores Vesubio González, Pedro Errázuriz y Juan Cünther).

## D.—PESOS ESPECÍFICOS Y COEFICIENTES DE ROZAMIENTO

**L**A parte más importante en todos los cálculos de empuje de tierras es la elección de los valores para el peso específico y el rozamiento interno. En la confección de proyectos deberán determinarse no sólo la posición de las distintas capas sino que también sus características, peso específico, cantidad de agua y de huecos, los ángulos de los taludes naturales y los ángulos de rozamiento. Deberán considerarse estas cosas más a fondo y con mayor frecuencia de lo que se ha hecho hasta hoy, porque estas determinaciones previas quedan siempre compensadas. Como apéndice pueden servir las tablas N.º 3 y 4 agregadas para facilitar el cálculo, en las que figuran para los valores más frecuentes del peso específico y de los ángulos del talud natural  $\rho$ , los coeficientes  $\lambda_a$  y  $\lambda_p$  del empuje de tierras y de la resistencia del terreno.

## E.—PARED SIN ANCLAJE CON FUERZA CONCENTRADA

Una pared solicitada únicamente por una fuerza concentrada horizontal cons-

(\*) Traducción de la obra «Der Grundbau». (Procedimiento adoptado por el Departamento de Obras Marítimas).

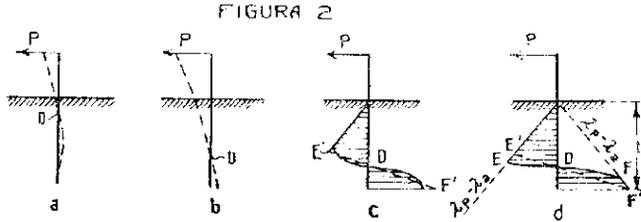
tituye el caso estático más simple de un tablestacado, pero es un caso muy raro en este tipo de construcción. Este cálculo es válido sin embargo para pilotes de amarra y duques de alba constituidos por un haz de pilotes (no por cepas de pilotes), para los cuales la resistencia del terreno no se determina para la faja correspondiente al espesor del pilote, sino que se adopta una resistencia mayor debido a la cuña del terreno resistente que se ensancha hacia los lados. Cuando los duques de alba están solicitados por fuerzas horizontales producidas por choques, se puede introducir sin mayor examen la resistencia del terreno en el caso de material arenoso sin disminución de la subpresión, es decir, con el peso específico correspondiente a arena saturada, debido a que el agua no puede ser desplazada de los huecos de la arena durante el tiempo en que actúa el choque; arena y agua resisten en tal caso como un cuerpo homogéneo.

Por efecto de la carga (de la fuerza concentrada) la pared gira en torno de un punto D, como se indica en la figura 2 a y b. Cuando la sollicitación es pequeña la elástica tiene la forma de la figura 2 a, en la cual la ficha no se aprovecha suficientemente (en otras palabras, que es innecesariamente grande).

Para sollicitaciones mayores el punto de rotación se desplaza hacia abajo y

la elástica toma entonces la forma representada en la figura 2 b. En este caso la ficha está aprovechada al máximo; debe entonces considerarse para el cálculo.

indicadas en la figura 2 c. El rozamiento entre la tierra y la pared está dirigido hacia arriba en el lado izquierdo y hacia abajo en el lado derecho. Como la resis-

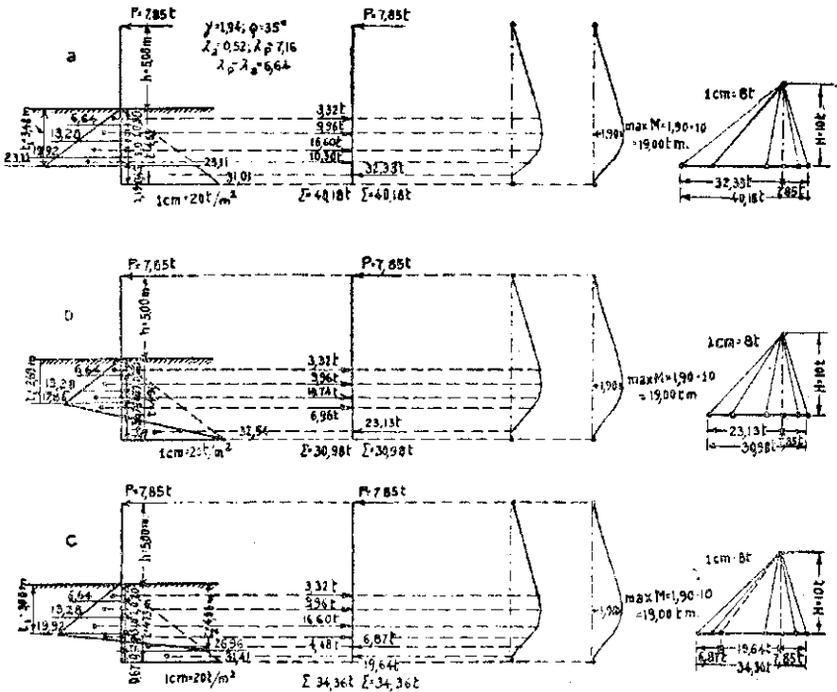


Estacado sin anclaje con carga concentrada.

Correspondiente a la flexión de la pared se produce a la izquierda arriba y abajo a la derecha del punto D una resistencia del terreno cuyas áreas están

tencia a la izquierda es mayor que la de la derecha, sólo una parte del rozamiento posible a la izquierda puede ser recibido por la pared. Para los efec-

FIGURA 3



Pared sin anclaje con carga concentrada. Determinación de la ficha para distintas suposiciones de la repartición de la resistencia del terreno.

tos de la seguridad se recomienda por consiguiente no tomar en cuenta el aumento de la resistencia del terreno bajo la influencia del rozamiento. En correspondencia a esto se puede despreciar también al lado derecho la influencia del rozamiento que contribuye a disminuir la resistencia del terreno, en vista de que el rozamiento está dirigido hacia abajo.

La resistencia del terreno a la izquierda crece a partir desde el fondo hacia abajo hasta su valor total máximo, pero debe ser disminuído en el valor del empuje de tierras de la derecha. El área de empuje queda limitada pues por línea

$(\lambda_p - \lambda_a)$ . Hacia el lado derecho la resistencia del terreno aumenta desde más abajo de D hasta la misma línea límite. La forma en que la resistencia del terreno a la izquierda pasa en las proximidades del punto D a la resistencia del terreno a la derecha es desconocida; la forma más probable correspondiente a la elástica de esta transición se indica en la figura 2 c.

Para simplificar se reemplaza la línea de transición por una recta, como la EF o E' F' en la figura 2 d. La inclinación de esta línea, la posición del punto de rotación D, intersección de aquella con la pared y la ficha t son desconocidas.

#### ECUACIONES

(a) Para el caso de la fig. 3a

$$(5) \quad P - \frac{1}{2}(\lambda_p - \lambda_a)t_1^2 + (t - t_1)(\lambda_p - \lambda_a)\frac{t_1 + t}{2} = 0$$

$$(6) \quad P\left(h + \frac{2}{3}t_1\right) - \frac{1}{2}(t - t_1)(\lambda_p - \lambda_a)t_1\left(\frac{1}{3}t_1 + \frac{t - t_1}{3}\right) - \frac{1}{2}(t - t_1)(\lambda_p - \lambda_a)t\left(\frac{1}{3}t_1 + 2\frac{t - t_1}{3}\right) = 0.$$

de donde

$$(7) \quad t^3 - 6\frac{P}{\lambda_p - \lambda_a}t^2 - 12\frac{P}{\lambda_p - \lambda_a}ht^2 - 12\frac{P^2}{(\lambda_p - \lambda_a)^2}t^2 + 2\frac{P^2}{(\lambda_p - \lambda_a)^2}\left(9h^2 - 4\frac{P}{\lambda}\right) = 0$$

$$(8) \quad t_1 = \sqrt{\frac{P}{\lambda_p - \lambda_a} + \frac{1}{2}t^2}$$

(b) Para el caso de la fig. 3b

$$(9) \quad P + 2(\lambda_p - \lambda_a)t\frac{t - t_1}{2} - (\lambda_p - \lambda_a)\frac{t^2}{2} = 0$$

$$(10) \quad P\left(h + \frac{2}{3}t\right) - 2(\lambda_p - \lambda_a)t\frac{t - t_1}{2}\left(\frac{t}{3} - \frac{t - t_1}{3}\right) = 0.$$

de donde

$$(11) \quad t^3 - 8\frac{P}{\lambda_p - \lambda_a}t^2 - 12\frac{P}{\lambda_p - \lambda_a}ht - 4\frac{P^2}{(\lambda_p - \lambda_a)^2} = 0$$

$$(12) \quad t_1 = \frac{P}{(\lambda_p - \lambda_a)t} = \frac{1}{2}t$$

ECUACIONES.

(c) Para el caso de la fig. 3 c

$$(13) \quad P - \frac{1}{2}(\lambda_p - \lambda_a) t^2 + \frac{1}{2}(\lambda_p - \lambda_a)(t - t_2)^2 \\ + \left(t - \frac{t_1 + t_2}{2}\right)(\lambda_p - \lambda_a)(t_1 + t_2) + \frac{1}{2}(\lambda_p - \lambda_a)(t - t_2)^2 = 0$$

$$(14) \quad P(h + t) - \frac{1}{6}(\lambda_p - \lambda_a) t^3 + \frac{1}{6}(\lambda_p - \lambda_a)(t - t_2)^3 \\ + \frac{1}{2}(\lambda_p - \lambda_a)(t_1 + t_2)(t - t_2)^2 + \frac{1}{2}(\lambda_p - \lambda_a)(t_1 + t_2)(t_2 - t_1) \left(\frac{t_2 - t_1}{3} + t - t_2\right) \\ \text{de donde} \quad + \frac{1}{6}(\lambda_p - \lambda_a)(t - t_2)^3 = 0.$$

$$(15) \quad t^4 - 4t^3 t_2 - 2t^2 \left(2 \frac{P}{\lambda_p - \lambda_a} + t_1^2\right) + 4t_1^2 \frac{P}{\lambda_p - \lambda_a} \\ + 4 \frac{P^2}{(\lambda_p - \lambda_a)^2} + 12 \frac{P}{\lambda_p - \lambda_a} h t_1 = 0$$

$$(16) \quad t_2 = \frac{1}{t_1} \left( \frac{P}{\lambda_p - \lambda_a} + \frac{1}{2} t^2 \right).$$

Introduciendo los valores de las fig. 3 a + c ( $P = 7,85 \text{ t}$ ,  $h = 5 \text{ m}$ ,  $\lambda_p - \lambda_a = 6,64 \text{ t/m}^2$  y en el caso de la fig. 3 c;  $t_1 = 3 \text{ m}$ ) obtenemos.

(a) para el caso de la fig. 3 a.

$$t = 4,67 \text{ m} \quad t_1 = 3,48 \text{ m},$$

(b) para el caso de la fig. 3 b.

$$t = 4,90 \text{ m} \quad t_1 = 2,69 \text{ m},$$

(c) para el caso de la fig. 3 c

$$t = 4,73 \text{ m} \quad t_1 = 3,00 \text{ m}, \quad t_2 = 4,12 \text{ m}.$$

Como para la determinación de estas tres incógnitas se dispone solamente de las dos ecuaciones de equilibrio ( $\Sigma H = 0$ ,  $\Sigma M = 0$ ) no es posible un cálculo estático. Se debe en cambio hacer una hipótesis sobre la posición de esa línea de transición que sea lo más próxima a la realidad y en seguida determinar las dos incógnitas que aún faltan.

En la figura 3 se ha dibujado para un caso determinado distintas posibilidades de la posición de la línea de transición. En la figura 3 a esa línea es horizontal; en la figura 3 b pasa por el punto de intersección entre la horizontal que pasa por el extremo inferior de la pared con la línea ( $\lambda_p - \lambda_a$ ) a la dere-

cha de la pared; en la figura 3 c parte a la profundidad  $t$  bajo el fondo sobre la línea a la izquierda de la pared. Para estos tres distintos casos se ha calculado la ficha  $t$  de las dos ecuaciones de equilibrio. Con las notaciones de la figura 3 se puede establecer: ecuaciones 5-16.

Las fichas  $t$  obtenidas para los tres casos son entre sí como 4.67 : 4.90 : 4.73 = 1.00 : 1.05 : 1.01; el caso real quedará dentro de los dos límites  $a$  y  $b$ , cuyos resultados varían entre sí en un cinco por ciento. Si se calcula con otras cifras que las elegidas en el ejemplo se obtiene el mismo grado de aproximación.

El cálculo desarrollado anteriormente es engorroso; se ha indicado aquí úni-

camente para demostrar la admisibilidad del procedimiento simplificado que sigue, el cual a pesar de la inseguridad de las hipótesis sobre las cuales ha debido basarse el cálculo, es suficientemente exacto. En este cálculo simplificado, como se indica en la figura 4, la resistencia del terreno a la derecha está considerado como una fuerza concentrada que actúa en el extremo inferior de la pared. Además se acepta que la resistencia del terreno a la izquierda alcance dentro de la porción de pared enterrada su valor máximo, es decir, está representada por un triángulo limitado por la línea  $(\lambda_p - \lambda_a)$ . Para esta hipótesis se calcula la ficha  $t_0$  necesaria a la ecuación 17.

Para el ejemplo numérico anterior resulta  $t_0 = 4.00$  m. Los valores de las fichas  $t_{ij}$  calculados para los dos casos

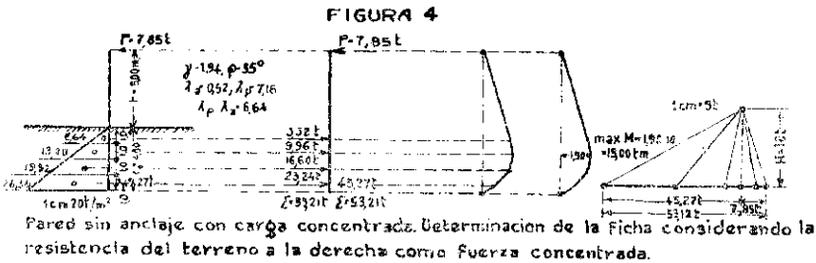
límites  $a$  y  $b$  son  $4.67/4.00 = 1.17$  y  $4.90/4.00 = 1.225$  veces mayor. Otros ejemplos numéricos dan más o menos la misma relación.

En general, la ficha necesaria para una pared hincada solicitada por una fuerza concentrada horizontal es

$$(19) \quad t = (1.20 \text{ a } 1.25) t_0$$

En esta relación  $t_0$  se calcula de la ecuación 18; el valor 1.20 representa probablemente la magnitud real; el valor 1.25 un valor que con seguridad es suficiente.

La magnitud de  $t_0$  puede también obtenerse gráficamente como se indica en el procedimiento adoptado en la figura 4. En primer lugar se supone que el triángulo de empuje de la resistencia del terreno, a la izquierda limitado por la línea



$$(17) \quad P \left( h + \frac{2}{3} t_0 \right) - \left( \frac{1}{2} [\lambda_p - \lambda_a] t_0^2 - P \right) \cdot \frac{1}{3} t_0 = 0.$$

De donde

$$(18) \quad t_0^3 - 6 \frac{P}{\lambda_p - \lambda_a} t_0 - 6 \frac{P}{\lambda_p - \lambda_a} h = 0.$$

$$(19) \quad t = (1.20 \text{ bis } 1.25) t_0.$$

$$(20) \quad M_x = P(h + x) - \frac{1}{6} (\lambda_p - \lambda_a) x^3$$

$$(21) \quad \frac{dM_x}{dx} = P - (\lambda_p - \lambda_a) \frac{x^2}{2} = 0$$

$$(22) \quad x = \sqrt{\frac{2P}{\lambda_p - \lambda_a}}$$

$$(23) \quad \max M = P \left( h + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2P}{\lambda_p - \lambda_a}} \right)$$

( $\lambda_p - \lambda_a$ ) queda abierto hacia abajo que se representa por fuerzas para las cuales se dibuja el polígono de las fuerzas. (En la figura 4 el polo del polígono de vectores se ha elegido de tal manera que el radio polar del extremo de la carga P quede vertical para obtener la línea de cierre de los momentos también vertical). Allí donde la línea de cierre corta al polígono queda el extremo inferior de la pared. La faja más baja que la representa en el polígono de vectores debe estar medida en tal forma que la última línea del funicular corte a la línea de cierre exactamente a la altura del extremo inferior de esa faja.

En la figura 3 a-c están dibujadas las superficies de momentos para las fuerzas calculadas analíticamente. (Se puede también para estos casos dibujar la superficie de momentos y obtener gráficamente la ficha por tanteo).

El momento máximo está a una altura tal que no queda influenciado por la forma en que se pasa de la resistencia del terreno a la izquierda a la resistencia del terreno a la derecha, y es igual para los tres casos de la figura 3.

La superficie de momentos dibujada en la figura 4 para la obtención de  $t_0$  es en su parte superior, que incluye el momento máximo es equivalente a las superficie de momentos de la figura 3.

El momento máximo se puede medir, por consiguiente, de la superficie de momentos dibujada para  $t_0$ .

Análiticamente se puede obtener también el momento de flexión  $M_x$  que se produce a la profundidad  $x$  de la superficie del terreno, como sigue.

*Ejemplo numérico.* Un Duque de Alba de nueve pilotes que tiene 10 m. sobre el nivel del fondo del puerto, está solicitado por una espía que produce una

fuerza horizontal de 28 toneladas, tracción que obra en una forma continua.

Los pilotes son verticales y están a una distancia de 0,5 m. entre ellos pero fuertemente amarrados arriba. El fondo es arena ( $\gamma = 1,1$  después de la deducción de la sub-presión, y  $\rho = 30^\circ$ ). Se pide determinar el espesor  $d$  y la ficha  $t$  de los pilotes.

Para la magnitud de la resistencia del terreno sólo se puede hacer una hipótesis groseramente aproximada. Al desplazamiento del Duque de Alba resiste en primer lugar la cuña que está representada en la figura 5 en elevación por el triángulo ABC y en planta por el rectángulo DEFG que tiene el ancho  $b$  del Duque de Alba. Además resiste el terreno vecino a la cuña de deslizamiento. Se puede aceptar que este terreno esté limitado por la superficie AB y por dos planos verticales DH y EJ que pasan por las aristas D y E, y que forman con la dirección de la fuerza el ángulo  $\delta$ .

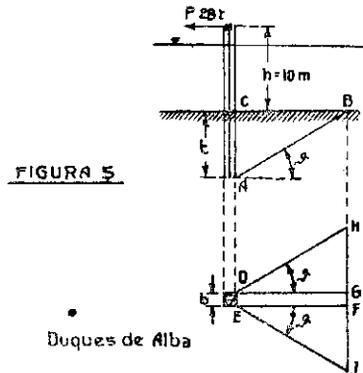


FIGURA 5

Duques de Alba

Los triángulos ABC, DGH y EFJ son equivalentes y sea F el área de uno de ellos. La resistencia total del terreno es a la obtenida para el ancho  $b = 1.40$  m, como el volumen total de tierra al volumen de la cuña, o sea como

$$\frac{bF + 2\frac{1}{3}tF}{bF} \approx 1 + 0.5t$$

En esta proporción habrá que aumentar el coeficiente de resistencia del terreno. De acuerdo con la tabla 4 se obtiene para  $\gamma = 1,1$  y  $\rho = 30^\circ$

$$\lambda_p = 3.300 \quad \lambda_a = 0.367 \quad \lambda_p - \lambda_a = 2.933$$

Apreciando el valor de  $t$  en 6.5 m. resulta

$$\lambda = 2.933 (1 + 0.5 \cdot 6.5) = 12$$

De la ecuación 18 resulta, ya que el esfuerzo por unidad de ancho es

$$P = \frac{28}{b} = 20$$

$$t_0^3 - 6 \frac{20}{12} t_0 - 6 \frac{20}{12} \cdot 10 = 0$$

de donde

$$t_0 = 5.35 \text{ m.}$$

Según ecuación 19, resulta entonces

$$t = (1.20 \text{ a } 1.25) t_0 = 6.40 \text{ a } 6.70 \text{ m.}$$

Según ecuación 22 y 23, se tiene

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{12}} = 1.82 \text{ mt.}$$

$$M_{\max} = 20 \left( 10 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{12}} \right) = 224 \text{ tm}$$

Si  $d_1$  es el espesor del pilote a la profundidad  $x = 1.82$  m bajo el fondo, y si los pilotes están tan firmemente amarrados arriba y afianzados abajo por el

terreno, en forma que el haz de pilotes constituya una pieza simple que pueda trabajar a la flexión, en tal caso el momento de inercia del Duque de Alba es

$$J = 9 \frac{\pi d_1^4}{64} + 6 \frac{\pi d_1^2}{4} 0.5^2$$

siendo 100 kg/cm<sup>2</sup> o 1000 t/m<sup>2</sup> la fatiga admisible, resulta

$$M_{\max} = 224$$

$$= \frac{1000}{0.5 + \frac{1}{2}} \left( 9 \frac{\pi d_1^4}{64} + \frac{3}{2} \pi d_1^2 \right)$$

de donde  $d_1 = 0.35$  m. Este diámetro debe existir a 6,70 — 1.80 = 4.90 m. del extremo inferior de los pilotes; para una longitud de pilotes de más o menos 18 m., el diámetro medio necesario sería  $d = 39$  cm.

#### F.—PARED SIN ANCLAJE CON EMPUJE DE TIERRAS

Una pared sin anclaje destinada a recibir el empuje de tierras se emplea solamente cuando se trata de alturas pequeñas; para alturas mayores la sollicitación por flexión crece tan rápidamente, que es más económica la disposición de anclajes. Para construcciones provisionarias, como en tablestacados de heridos o diques, se emplea, en cambio, frecuentemente la pared sin anclajes, en estos casos el empuje es producido más por la presión de aguas que por el de la tierra. Como norma general, una pared sin anclaje sometida a empujes de tierra o de agua debe considerarse bajo el punto de vista estático análogamente, como una pared sollicitada por una carga aislada, tal como se explicó en el párrafo anterior.

Como las áreas de empuje de la pared correspondiente a las presiones de la tierra y del agua son en los distintos casos particulares totalmente diferentes, no se justifica para tales casos particulares, el establecimiento de fórmulas de cálculo. Por el contrario, se tratará en lo posible de hacer la investigación de cada caso particular, por introducción inmediata de los resultados numéricos obtenidos (de acuerdo con las dimensiones de la construcción y su sollicitación), por los procedimientos analíticos o gráficos.

Para el caso particular de la figura 6a se ha hecho el estudio gráficamente. La resistencia del terreno a la derecha, como en el párrafo anterior, está reemplazada por la fuerza concentrada; la resistencia del terreno a la izquierda se ha supuesto actuando con un valor máximo hasta el extremo inferior de la pared. Para las áreas de empuje resultante se ha dibujado la línea de momentos correspondiente. La ficha se obtiene por tanteos de la condición de que la línea de cierre deberá cortar a la de momentos a la altura del extremo inferior de la pared y que la fuerza representativa de la faja inferior de las áreas de empuje debe corresponder a esa limitación de la pared.

Analíticamente, se obtiene en la forma siguiente la ficha  $t_0$  correspondiente a la fuerza concentrada; esta ficha no está tomada desde el nivel del fondo a la izquierda, sino que a partir del punto O, para el cual se verifica la igualdad entre el empuje de tierras de la derecha con la resistencia del terreno a la izquierda y que la línea del empuje por consiguiente, corta el eje de la pared. Con las cifras indicadas en la figura 6a resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \cdot 1.11 \cdot 2.28 \left( \frac{1}{3} \cdot 2.28 + 2.45 + t_0 \right) - \\ & - \frac{1}{3} \cdot 0.14 \cdot 0.28 \left( \frac{1}{3} \cdot 0.28 + 4.45 + t_0 \right) + \\ & + \frac{1}{3} \cdot 2.10 \cdot 5.73 \left( \frac{1}{3} \cdot 5.73 + 0.45 + t_0 \right) - \\ & - \frac{1}{3} \cdot 1.37 \cdot 3.73 \left( \frac{1}{3} \cdot 3.73 + 2.45 + t_0 \right) + \\ & + \frac{1}{2} \cdot 1.71 \cdot 0.45 (0.30 + t_0) - \frac{1}{6} (\lambda_p - \\ & - \lambda_a) t_0^3 = 0 \end{aligned}$$

o bien

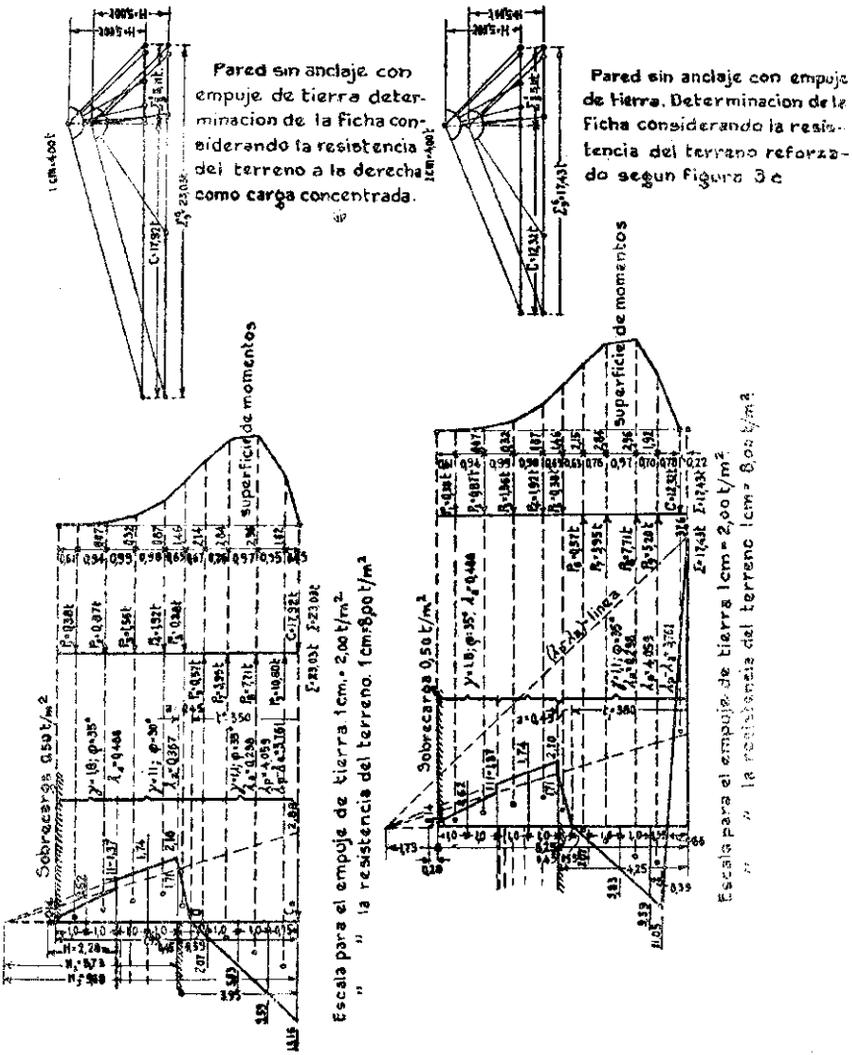
$$(24) \quad t_0^3 - \frac{6}{\lambda_p - \lambda_a} \cdot 5.10 t_0 - \frac{6}{\lambda_p - \lambda_a} \cdot 8.87 = 0$$

Esta ecuación tiene una forma análoga a la 18, obtenida para sollicitación de la pared por una fuerza concentrada. Si se introduce el valor  $\lambda_p - \lambda_a = 3.76$ , resulta  $t_0 = 3.50$  m de acuerdo con las indicaciones del dibujo.

El resultado obtenido de este modo hay que aumentarlo todavía, como en el caso de la pared sollicitada por una fuerza concentrada para llegar a la ficha real. En el párrafo precedente se determinó que, para las distintas hipótesis sobre repartición de la resistencia del terreno, la ficha máxima se producía para el caso representado en la figura 3 b. Este caso de empuje de tierra sobre una pared se ha estudiado y desarrollado gráficamente en las figuras 6 a y 6 b.

La ficha se ha determinado aquí también por tanteo; se obtiene considerando la condición de que la línea de momentos corta a la línea de cierre a la altura del punto de aplicación de la resistencia del terreno (abajo a la derecha); y de que esa resistencia del terreno debe ser igual a la diferencia entre el empuje de tierras a la derecha y

FIGURA 8



la resistencia a la izquierda; además de que la faja inferior de la resistencia a la izquierda debe corresponder en su magnitud a la porción correspondiente de la pared. Esa misma ficha se obtiene

analíticamente; pero el cálculo es poco expedito y demoroso. En la ecuación 24 se ha demostrado ya de que el cálculo corresponde exactamente al cálculo de una pared solicitada por una fuerza

concentrada. En el caso de la figura 6 b tampoco resulta una diferencia substancial.

La ficha determinada en la figura 6 b,  $t_1 = 3.80$  m (medida a partir del punto 0, extremo inferior del triángulo del empuje de tierras a la derecha) está en relación con la ficha  $t_0 = 3.50$  obtenida con el auxilio de la carga concentrada para la resistencia a la derecha en la figura 63 como 1.086 : 1, mientras que la relación, para el caso de una fuerza concentrada sobre una pared es de 1.225 : 1 (compárese en la ecuación 19). Si se miden ambas magnitudes a partir de la línea del fondo y no a partir de 0, la relación resulta poco más favorable. Para casos de sollicitaciones análogas a las indicadas en

las figuras 6 a y 6 b, en vez de las cifras indicadas en la ecuación 19, 1,20 a 1,25 para una pared sometida a empuje de tierras, se puede introducir sin mayor examen el valor 1,1. Cuando existe una considerable sobrepresión de agua (p. ej. en ataguías) se recomienda, si se calcula con la fuerza concentrada, mantener los valores 1.20 a 1.25. En casos de construcciones más importantes, se recomienda igualmente hacer la verificación gráfica de la figura 66 para confirmar el valor de la relación. Por lo general y especialmente para los casos de cálculos comparativos basta completamente el procedimiento simplificado de la carga concentrada.

*(Concluiré).*