Enrique Claude F.

Abaco para el cálculo de alturas de resalto en lechos circulares

En el libro de don Francisco J. Domínguez aparece la fórmula que nos relaciona las alturas de torrente y de río en un resalto. Esta fórmula es la siguiente:

$$1)\qquad \frac{Q^2}{g\Omega} + \eta\Omega = M = C^{te}$$

y se ha deducido mediante la aplicación del teorema de las Cantidades de Movimiento a la masa de agua comprendida entre las secciones inmediatamente anterior y posterior al resalto.

En ella Ω representa la sección ocupada por el líquido, y η la distancia desde la superficie libre hasta el centro de gravedad de la sección.

En el caso del lecho circular, tanto Ω como η, son expresables en función del ángulo al centro θ y del radio del acueducto, á través de las siguientes ecuaciones:

$$2)\qquad \frac{r^2}{\Omega} = \frac{2}{\theta - \operatorname{sen}\theta} = f(\theta)$$

$$3)\qquad \frac{\eta\Omega}{r^3} = \frac{2}{3}\operatorname{sen}^3\frac{\theta}{2} - \frac{\theta - \operatorname{sen}\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \varphi(\theta)$$

Por otra parte, la cantidad h/r, tiene la siguiente expresión en función del mismo ángulo

$$\frac{h}{r} = 1 - \cos\frac{\theta}{2} = \psi(\theta)$$

Ahora bien, si dividimos la ecuación 1) por r^3, tendremos:

$$\frac{M}{r^3} = \frac{Q^2}{g\,r^3\,\Omega} + \frac{\eta\,\Omega}{r^3}$$

y además multiplicando y dividiendo por r^2 el primer término del segundo miembro tenemos:

4) $$\frac{M}{r^3} = \frac{Q^2}{g\, r^5} \times \frac{r^2}{\Omega} + \frac{\eta\, \Omega}{r^3}$$

y reemplazando $\frac{r^2}{\Omega}$ y $\frac{\eta\, \Omega}{r^3}$ según 2) y 3), tendremos lo siguiente:

$$\frac{M}{r^3} = \frac{Q^2}{g\, r^5} \times f(\theta) + \varphi(\theta)$$

Esta ecuación es representable por un abaco de alineación con dos soportes rectos paralelos y uno curvo, ya que la forma canónica de éstos que es

$$f_2 = M_3\, f_1 + P_3$$

encuadra el caso propuesto.

Para la construcción del abaco se han utilizado las tablas del libro de don Francisco J. Domínguez, que dan los valores de $\frac{r^2}{\Omega}$ y $\frac{\eta\, \Omega}{r^3}$ en función de h/r.

Si el valor de la momenta M del torrente inicial es muy elevada, puede acontecer que el valor correspondiente a la del río de mayor altura que se puede producir, esto es con escurrimiento a boca llena, sea inferior al valor de la Momenta del torrente, y en este caso el tubo entra en presión y la ecuación que rige es (Hidráulica.—F. J. Domínguez):

$$\gamma M = \frac{\gamma\, Q^2}{g\, \Omega} + (\gamma \eta + P)\, \Omega$$

Esta expresión la podemos transformar, midiendo P en columna de agua (h_1) a partir de la parte superior de la sección, y tomando en cuenta que Ω es igual a $\pi\, r^2$ y η es igual a r, en la siguiente:

$$\gamma M = \frac{\gamma\, Q^2}{g\, \pi\, r^2} + \gamma\, (r + h_1)\, \pi\, r^2$$

y dándole la forma 4) y simplificando por γ

$$\frac{M}{r^3} = \frac{Q^2}{g\, r^5} \times \frac{r^2}{\pi\, r^2} + \frac{(r + h_1)\, \pi\, r^2}{r^3} \quad ; \quad \frac{M}{r^3} = \frac{Q^2}{g\, r^5} \cdot \frac{1}{\pi} + \pi \left(1 + \frac{h_1}{r} \right)$$

$1 + \frac{h_1}{r}$, lo podemos designar por h_2 y nos representa la columna de agua equivalente a la presión en el centro de gravedad de la sección.

Nos queda:

$$\frac{M}{r^3} = \frac{Q^2}{g\, r^5} \cdot \frac{1}{\pi} + \pi \times \frac{h_2}{r}$$

Estas últimas ecuaciones se pueden representar por un abaco de alineación con 3 soportes rectos y paralelos, y como tienen las mismas variables que el ya estudiado, se ha introducido en éste ,y corresponde a la parte recta vertical, que parte del punto $h/r = 2$ y se ha notado con las variables h_1/r y h_2/r.

Hagamos un par de ejemplos para explicar el manejo del abaco.

Supongamos un acueducto circular de 2 m diámetro, un gasto de 10 m^3/s y una altura de torrente de 1,3 m.

Calculemos el valor de las variables.

$$\frac{Q^2}{g\,r^5} = \frac{100}{9{,}8} = 10{,}2 \qquad\qquad h/r = 1{,}3$$

Colocamos el valor 10,2 en la escala de la izquierda y lo unimos mediante un hilo o una regla con el valor $h/r = 1{,}3$ sobre la curva. La recta así representada nos corta a la misma curva en un nuevo punto al cual corresponde un valor de $h/r = 1{,}8$, que nos da inmediatamente el valor de la altura del río' puesto que $r = 1$. El valor de $\dfrac{M}{r^3}$ lo tenemos en la escala de la derecha.

Ejemplo 2.

Tomaremos un caso en que la cañería entre en presión.

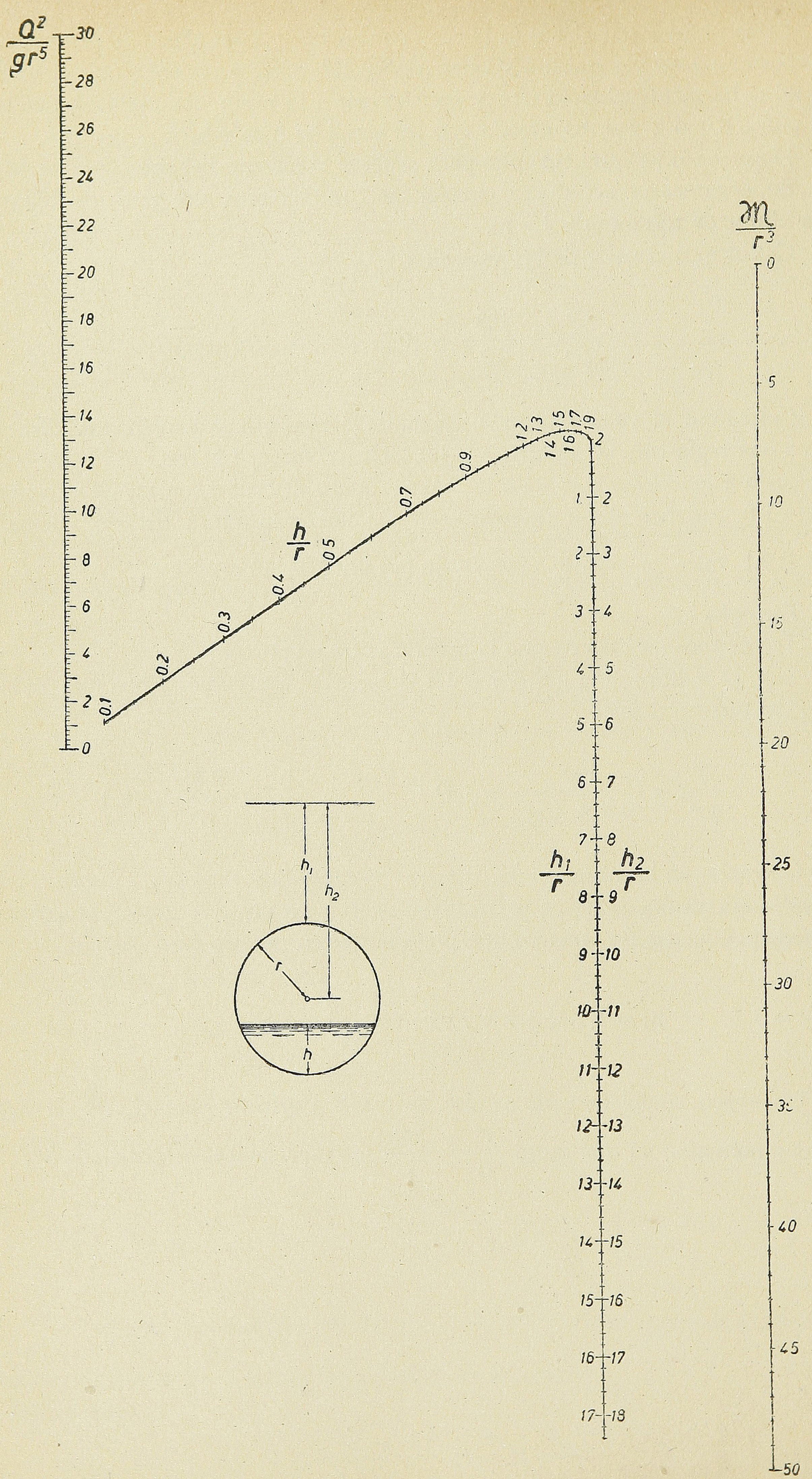
Sean $Q = 20$ m^3/s el gasto, $r = 1{,}5$ el radio del acueducto, y $h = 0{,}45$ m la altura del torrente inicial.

$$\frac{Q^2}{g\,r^5} = \frac{400}{9{,}8 \times 7{,}54} = 5{,}42 \qquad\qquad \frac{h}{r} = \frac{0{,}45}{1{,}5} = 0{,}3$$

Operando en la misma forma anterior, veremos que el segundo punto sobre la curva lo obtenemos en la parte recta vertical. Esto nos dice que en el centro de gravedad de la sección tenemos una presión, que en nuestro caso vale:

$$\frac{h_2}{r} = 5{,}3 \qquad\qquad h_2 = 5{,}3 \times 1{,}5 = 7{,}95 \text{ m de columna de agua,}$$

Un abaco completamente similar, se puede construir para el caso de lechos ovoides normales, ya que tanto $\dfrac{r^2}{\Omega}$ y $\dfrac{\eta\Omega}{r^3}$ son expresables en función de h/r



$\frac{Q^2}{gr^5}$
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30
$\frac{h}{r}$
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.7 0.9 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.9 2
$\frac{h_1}{r}$
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
$\frac{h_2}{r}$
2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18
$\frac{\mathfrak{M}}{r^3}$
0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50
h_1
h_2
r
h