Pierre Lehmann Chaufour

Ayudante de Hidráulica Teórica
U. de Ch.

Abacos para el cálculo de las alturas características del escurrimiento por canales de cualesquier forma

1.—ABACO PARA EL CÁLCULO DE ALTURAS NORMALES:

Este ábaco ha sido construído empleando la fórmula de R. Manning, que indica el valor del coeficiente de gasto C, en función de los valores del radio hidráulico R y del coeficiente de rugosidad n, en la siguiente expresión monomia:

$$C = \frac{R^{1/6}}{n}$$

Esta fórmula, que data de 1890, está adquiriendo cada día mayor popularidad entre los hidraulicistas, no sólo por sus ventajas algebraicas de aplicación, sino que por la utilidad que presta en las experiencias de escurrimiento en modelos reducidos; en efecto, como en ella el valor de n tiene dimensiones, la correspondencia entre los fenómenos a escala natural y reducida se puede obtener con una variación adecuada de la rugosidad. Por estas razones, e invocando la autoridad de Horace W. King, que en la última edición de su «Handbook of Hidraulics» (1) aconseja el empleo exclusivo de esta fórmula sobre la de Ganguillet y Kutter (única usada anteriormente en los EE. UU.), encontramos justificado el empleo de la fórmula de R. Manning.

Entre las razones que expone H. King están las siguientes:

Es la fórmula de mayor sencillez.

Es igualmente exacta que la de Ganguillet y Kutter para pendientes ordinarias y más exacta para pequeñas pendientes.

Puede adoptarse por los ingenieros sin que sea preciso que se familiaricen con un coeficiente de rugosidad nuevo.

Es aplicable a cañerías y hace posible la adopción de una sola fórmula, con un solo coeficiente para canales y cañerías. En el caso de las cañerías es interesante

(1) H. W. King. profesor de la Universidad de Michigân. Edición Mc. Graw Hill. 1939.

que agreguemos nosotros, que la fórmula de Manning nos da para J (pérdida de carga por metro) una fórmula de corte moderno, o sea del tipo:

$$J = K \frac{Q^n}{D^m}$$

La ecuación general de escurrimiento en un canal es:

$$J = \frac{U^2}{C^2 R}$$

Si el escurrimiento se efectúa con la altura normal se verifica que $I = J$, siendo I la pendiente del lecho y del eje hidráulico.

$$I = \frac{U^2}{C^2 R} \qquad I = \frac{Q^2}{\Omega^2 C^2 R}$$

siendo Q el gasto y Ω la sección de escurrimiento; con la fórmula de Manning obtenemos:

$$I = \frac{Q^2 n^2}{\Omega^2 R^{1/3} R} = \frac{Q^2 n^2}{\Omega^2 R^{4/3}}$$

Supongamos que el lecho de escurrimiento sea de una forma geométrica cualquiera; la forma estará definida por una serie de constantes (α, β, γ, etc.) y un lecho en particular se individualizará de los demás lechos geométricamente semejantes a él, por la magnitud de una dimensión lineal cualquiera *d*, que se elegirá entre *las dimensiones características de la forma del lecho.*

Por ejemplo, el lecho trapecial asimétrico de taludes 1/4 y 1/2, tiene como constantes características de la forma del lecho los valores $tg\alpha_1 = 1/4$ y $tg\alpha_2 = 1/2$, y como dimensión característica el valor de la base: *d*.

Dicho esto, se puede afirmar que para una forma dada de lecho, y si llamamos h a la altura de escurrimiento, siempre podremos expresar los valores de Ω y de R en la siguiente forma:

$$\Omega = d^2 \times f\left(\frac{h}{d}\right) \qquad R = d \times \varphi\left(\frac{h}{d}\right)$$

siendo $f\left(\frac{h}{d}\right)$ y $\varphi\left(\frac{h}{d}\right)$ funciones que involucran las constantes α, β, γ, etc. y que serán perfectamente determinadas para cada forma de lecho.

Reemplazando estos valores en la fórmula hallada anteriormente tenemos:

$$I = \frac{Q^2 n^2}{d^4 \left[f\left(\frac{h}{d}\right)\right]^2 d^{4/3} \left[\varphi\left(\frac{h}{d}\right)\right]^{4/3}} = \frac{Q^2 n^2}{d^{16/3}\left[f\left(\frac{h}{d}\right)\right]^2 \left[\varphi\left(\frac{h}{d}\right)\right]^{4/3}}$$

$$\frac{Qn}{d^{8/3}\sqrt{I}} = f\left(\frac{h}{d}\right) \times \left[\varphi\left(\frac{h}{d}\right)\right]^{2/3}$$

Esta ecuación se lleva a un abaco de coordenadas cartesianas poniendo en abcisas los valores de $\frac{Qn}{d^{8/3}\sqrt{I}}$ y en ordenadas los de $\frac{h}{d}$.

Habrá una curva para cada forma de lecho y en el abaco se han dibujado las curvas correspondientes a lechos rectangularés, trapeciales de diversos taludes, circulares y ovoides normales, tanto de punta superior como inferior.

Como el cálculo del valor $\frac{Qn}{d^{8/3}\sqrt{I}}$ es engorroso se han dibujado, sobrepuestos al abaco fundamental, dos abacos auxiliares de líneas rectas, llevando en ordenadas de arriba hacia abajo, a dos escalas distintas, los valores de $\frac{Qn}{\sqrt{I}}$ y en abcisas los valores de $\frac{Qn}{d^{8/3}\sqrt{I}}$ a la misma escala que en el primer caso; los parámetros de cada recta son los valores de *d*. El abaco angosto situado a la derecha es una ampliación del abaco más grande y permite trabajar cuando los valores de $\frac{Qn}{d^{8/3}\sqrt{I}}$ son pequeños. Al usar esta ampliación, es menester tener cuidado de usar para las ordenadas las escalas de $\frac{h}{d}$ y $\frac{Qn}{\sqrt{I}}$ que se encuentran a la derecha.

Ejemplo: Calcular la altura normal de escurrimiento de un gasto de 35 m^3/seg en un canal trapezoidal de 6 mts. de base y de taludes 1/1 si la pendiente es de 0,0005 y el coeficiente de rugosidad vale 0,025.

Se empieza por formar la relación $\frac{Qn}{\sqrt{I}}$, en que son conocidos todos los elementos, valor que se puede encontrar rápidamente con una sola posición de la regla de cálculo:

$$\frac{Qn}{\sqrt{I}} = \frac{35 \times 0,025}{\sqrt{0,0005}} = 39,2$$

Es de notar para los efectos de la colocación de la coma, que el valor de $\frac{Qn}{\sqrt{I}}$ es generalmente del orden de magnitud de Q, y oscila entre un medio y dos veces este valor.

En los lechos trapeciales, como lo indican las figuras, el parámetro *d* es el valor de la base del lecho y por lo tanto, d = 6 mts.

Con el valor de $\frac{Qn}{\sqrt{I}} = 39{,}2$, leído en la escala de arriba a la izquierda del abaco de alturas normales entramos horizontalmente hasta cortar la recta característica del parámetro d = 6; desde este punto bajamos verticalmente hasta llegar a la curva de lechos trapeciales de $tg\alpha = 1/1$. Esta nueva intersección se encuentra a la altura $\frac{h_n}{d} = 0{,}49$ y por lo tanto el valor de la altura normal pedida es de $h_n =$ $= 0{,}49 \times 6 = 2{,}94$ metros.

NOTA.—El empleo de este abaco y de los siguientes se simplica notablemente con el uso de un papel trasparente de celofán, en el cual se han dibujado dos líneas rectas indefinidas a 90°.

2.—ABACO PARA EL CÁLCULO DE ALTURAS CRÍTICAS.

La fórmula general del gasto en crisis es:

$$Q = \Omega_c \sqrt{g \frac{\Omega_c}{l_c}}$$

siendo l_c el ancho superficial. Tal como en el caso anterior ponemos:

$$\Omega_c = d^2 \times f\left(\frac{h_c}{d}\right) \qquad l_c = d \times \psi\left(\frac{h_c}{d}\right)$$

$$Q = d^2 f\left(\frac{h_c}{d}\right) \sqrt{g \frac{d^2 f\left(\frac{h_c}{d}\right)}{d\,\psi\left(\frac{h_c}{d}\right)}}$$

$$Q = d^5/_2\, f\left(\frac{h_c}{d}\right) \sqrt{g \frac{f\left(\frac{h_c}{d}\right)}{\psi\left(\frac{h_c}{d}\right)}}$$

$$\frac{Q}{d^5/_2} = f\left(\frac{h_c}{d}\right) \sqrt{g \frac{f\left(\frac{h_c}{d}\right)}{\psi\left(\frac{h_c}{d}\right)}}$$

Esta ecuación se lleva a un abaco de coordenadas cartesianas poniendo en abcisas los valores de $\frac{Q}{d^5/_2}$ y en ordenadas los valores de $\frac{h_c}{d}$. Al igual que para el abaco de alturas normales a cada forma de lecho corresponde una curva, y se han dibujado las correspondientes a los mismos lechos anteriores, que envuelven prácticamente todas las formas de uso común.

Con el objeto de evitarse el cálculo de los valores de $\frac{Q}{d^{5/2}}$ se han dibujado sobrepuestos al abaco fundamental dos abacos auxiliares de líneas rectas, llevando en ordenadas de arriba hacia abajo a dos escalas distintas los valores de Q y en abcisas los valores de $\frac{Q}{d^{5/2}}$ a la misma escala que en el primer caso; los parámetros de cada recta son los valores de *d*. Por lo demás valen las mismas advertencias hechas en el caso de alturas normales.

Ejemplo: Calcular la altura crítica de escurrimiento de un gasto $Q = 3\ m^3/seg$ en un acueducto circular de 2,4 mts. de diámetro.

Para acueductos circulares, d es el diámetro, y por lo tanto, $d = 2,4$ mts.

En este ejemplo podemos hacer uso del abaco ampliado, (el angosto de la derecha), al cual entramos horizontalmente con el valor de $Q = 3$ leído en la regla de la derecha; en la intersección de esta horizontal con la línea recta característica del parámetro $d = 2,4$ subimos verticalmente hasta cortar la curva de acueductos circulares, y como esta nueva intersección está a una altura $\frac{h_c}{d} = 0,325$ la altura crítica pedida es: $h_c = 0,325 \times 2,4 = 0,780$ mts. Este valor verifica el gasto dado, pues con esta altura se calculan los siguientes valores:

Sección:	$\Omega = 1,275\ m^2$
Ancho superficial:	$l = 2,25$ m.

$Q = \Omega \sqrt{g \frac{\Omega}{l}} = 3,0\ m^3/seg$ lo que comprueba la exactitud del resultado

3.—ABACO PARA EL CÁLCULO DE ALTURAS DE VELOCIDAD.

El empleo de este abaco, que da el valor de la altura de velocidad $H = \frac{U^2}{2\,g}$ conocida la altura h y el gasto de escurrimiento en un canal de forma cualquiera, es particularmente interesante en estrecha combinación con el abaco de alturas normales, en el cálculo de ejes hidráulicos en movimiento variado. En efecto, para calcular un eje hidráulico por puntos escalonados, es preciso conocer los valores de J y de B en las diversas secciones de alturas dadas a priori, para luego calcular las distancias entre dichas alturas.

El abaco de alturas normales nos da en forma directa el valor de J para un escurrimiento de altura de agua conocida h, ya que este valor de J será igual al valor de la pendiente I, que en el mismo lecho da una altura normal h. Luego usando el abaco en sentido contrario al explicado hasta ahora, o sea entrando con $\frac{h}{d}$ y obteniendo el valor de $\frac{Q\,n}{\sqrt{I}}$ tenemos inmediatamente el valor de $J = I$ ya que Q y n son conocidos.

En la misma forma si construímos un ábaco que nos da el valor de H, obtenemos el Bernoulli con sólo sumarle h, ya que

$$B = h + H$$

Tenemos:

$$H = \frac{U^2}{2\,g} = \frac{Q^2}{2\,g\,\Omega^2}$$

$$\Omega df X = 2\left(\frac{h}{d}\right)$$

$$H = \frac{Q^2}{2\,g\,d^4\left[f\left(\frac{h}{d}\right)\right]^2}$$

$$\frac{Q}{d^2\sqrt{2\,g\,H}} = f\left(\frac{h}{d}\right) = \frac{\Omega}{d^2}$$

Esta ecuación se lleva a un abaco de coordenadas cartesianas poniendo en abcisas los valores de $\frac{Q}{d^2\sqrt{2\,g\,H}}$ y en ordenadas los de $\frac{h}{d}$.

El abaco auxiliar, constituído por líneas rectas se construyó llevando en ordenadas los valores de $\frac{Q}{d^2}$ a dos escalas distintas, y en abcisas los valores de $\frac{Q}{d^2\sqrt{2\,g\,H}}$ a la misma escala que en el abaco principal. Los parámetros de las rectas son los valores de H que se buscan. No se usó como parámetro el valor de *d* como en los casos anteriores, pues en ese caso se habría tenido que llevar en ordenadas los valores de $\frac{Q}{\sqrt{H}}$ que tienen una variación sumamente amplia en los casos de la práctica.

Es útil notar, que como se ha llevado en abcisas los valores de $\frac{Q}{d^2\sqrt{2\,g\,H}} = \frac{\Omega}{d^2}$ el empleo de este ábaco da inmediatamente la sección Ω de escurrimiento con sólo conocer $\frac{h}{d}$.

Ejemplo: Calcular el Bernoulli con que escurre un gasto de 20 m^3/seg, en un acueducto en forma de ovoide normal con punta inferior que tiene 6 metros de altura, si la altura del agua es 1,6 metros.

El parámetro d, es en este acueducto de 4 metros y por lo tanto $\frac{h}{d} = 0{,}4$.

Con este valor entramos horizontalmente al abaco ampliado de la derecha, hasta cortar la curva del ovoide normal con punta inferior. Desde este punto nos trasladamos verticalmente hasta interceptar la recta horizontal definida por el valor de $\frac{Q}{d^2} = \frac{20}{16} = 1{,}25$ leído en la regla de la derecha. Este nuevo punto de intersección se encuentra entre las rectas radiales de parámetros $H = 1{,}8$ y $H = 2{,}0$, e interpolando obtenemos el valor de la altura de velocidad: $H = 1{,}88$ metros.

El Bernoulli será la suma de la altura de agua y la altura de velocidad, y por lo tanto:

$$B = 1{,}6 + 1{,}88 = 2{,}48 \text{ metros}$$

Si se quisiera saber cuál es el valor de Ω bastaría leer la abcisa correspondiente a cualquiera de las intersecciones; en nuestro caso la abcisa es $\frac{\Omega}{d^2} = 0{,}205$

$$\Omega = 0{,}205 \times 16 = 3{,}28 \text{ m}^2$$

EJEMPLO DE CÁLCULO DE UN EJE HIDRÁULICO.

Supongamos el siguiente caso: Por un ovoide normal de punta superior, de altura total de 4,5 metros y de paredes de concreto sin enlucir ($n = 0{,}017$) y cuya pendiente es 0,002 escurre un gasto de 20 m^3/seg. Al término de este acueducto, hay una caída que lo independiza de aguas abajo. Se pide calcular el eje hidráulico que se va a producir dentro del acueducto.

El objeto de este ejemplo es demostrar la simplificación que se obtiene en el cálculo de los puntos del escurrimiento variado, por el método de los puntos escalonados, cuya fórmula fundamental es:

$$x = \frac{\Delta B}{J_m - I}$$

en que x es la distancia por determinar entre dos puntos, uno de altura conocida del cual se parte, y el otro de una altura poco diferente, cuya ubicación dista precisamente x del punto anterior. Como es sabido J_m es el medio aritmético de las pérdidas de carga correspondientes a las dos alturas.

La altura total del acueducto es 4.50 metros, y por lo tanto d vale 3 metros.

Empezaremos por determinar las alturas de comparación, o sea la crítica y la normal. La altura crítica se determina entrando al abaco correspondiente con el valor de $Q = 20$, y resulta $\frac{h_c}{d} = 0{,}65$, $h_c = 0{,}65 \times 3 = 1{,}95$ metros.

Para la altura normal el abaco correspondiente nos da $\frac{h_n}{d} = 0{,}97$ de donde $h_n = 0{,}97 \times 3 = 2{,}91$ metros. Se trata pues de un caso de altura normal mayor que la crítica, es decir de un lecho de pendiente suave.

Nuestro punto de partida es la altura crítica que se produce a la salida del acueducto, hecho que se deduce de la condición de que el escurrimiento en el acueducto es independiente de aguas abajo.

Para el cálculo, basta confeccionar el cuadro que seguirá a continuación, para cuya construcción se han determinado los siguientes valores constantes:

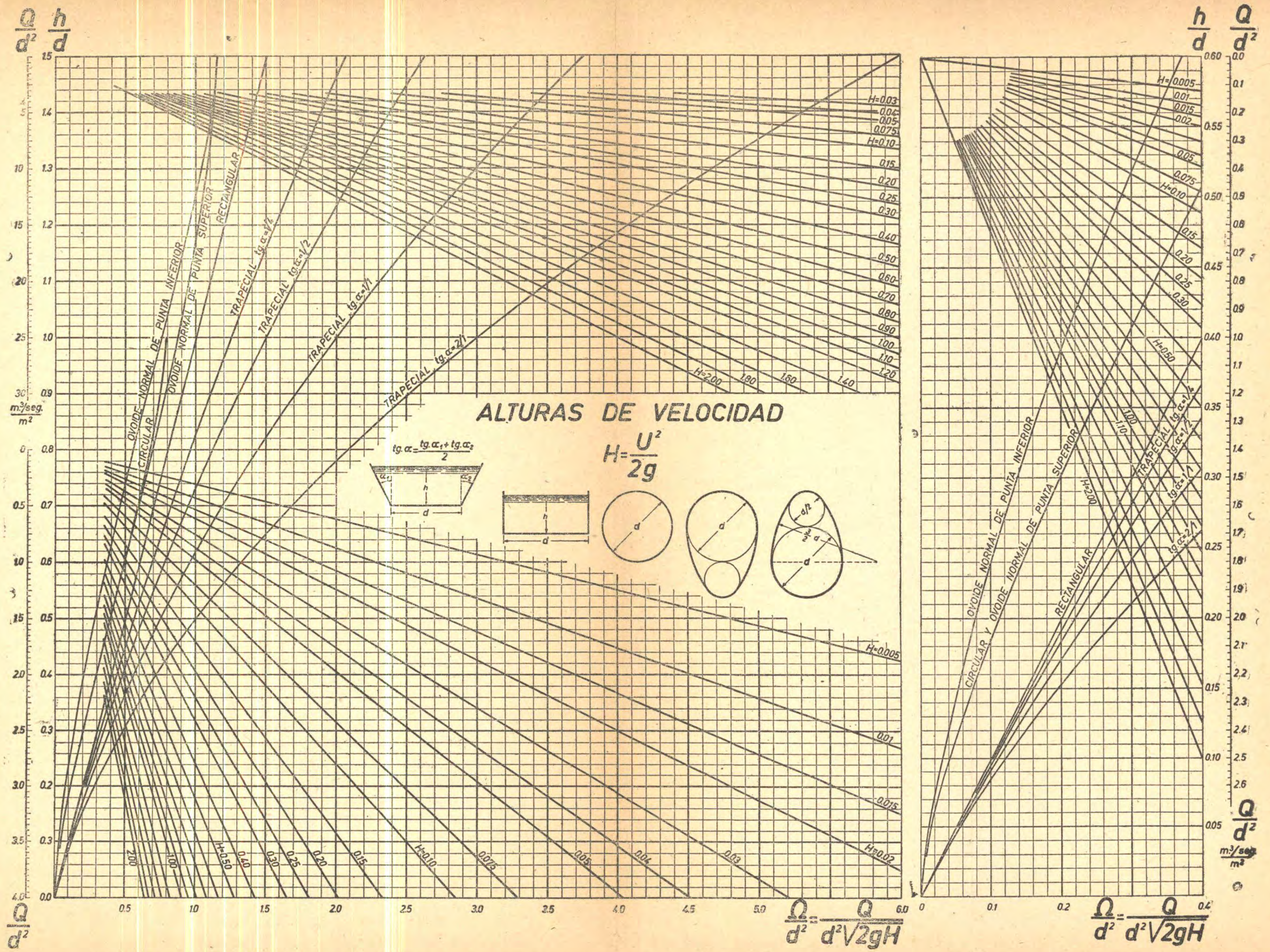
$$\frac{Q}{d^2} = \frac{20}{9} = 2{,}22 \qquad Qn = 20 \times 0{,}017 = 0{,}34$$

el primero necesario para determinar las alturas de velocidad; y el segundo para determinar las pérdidas de carga.

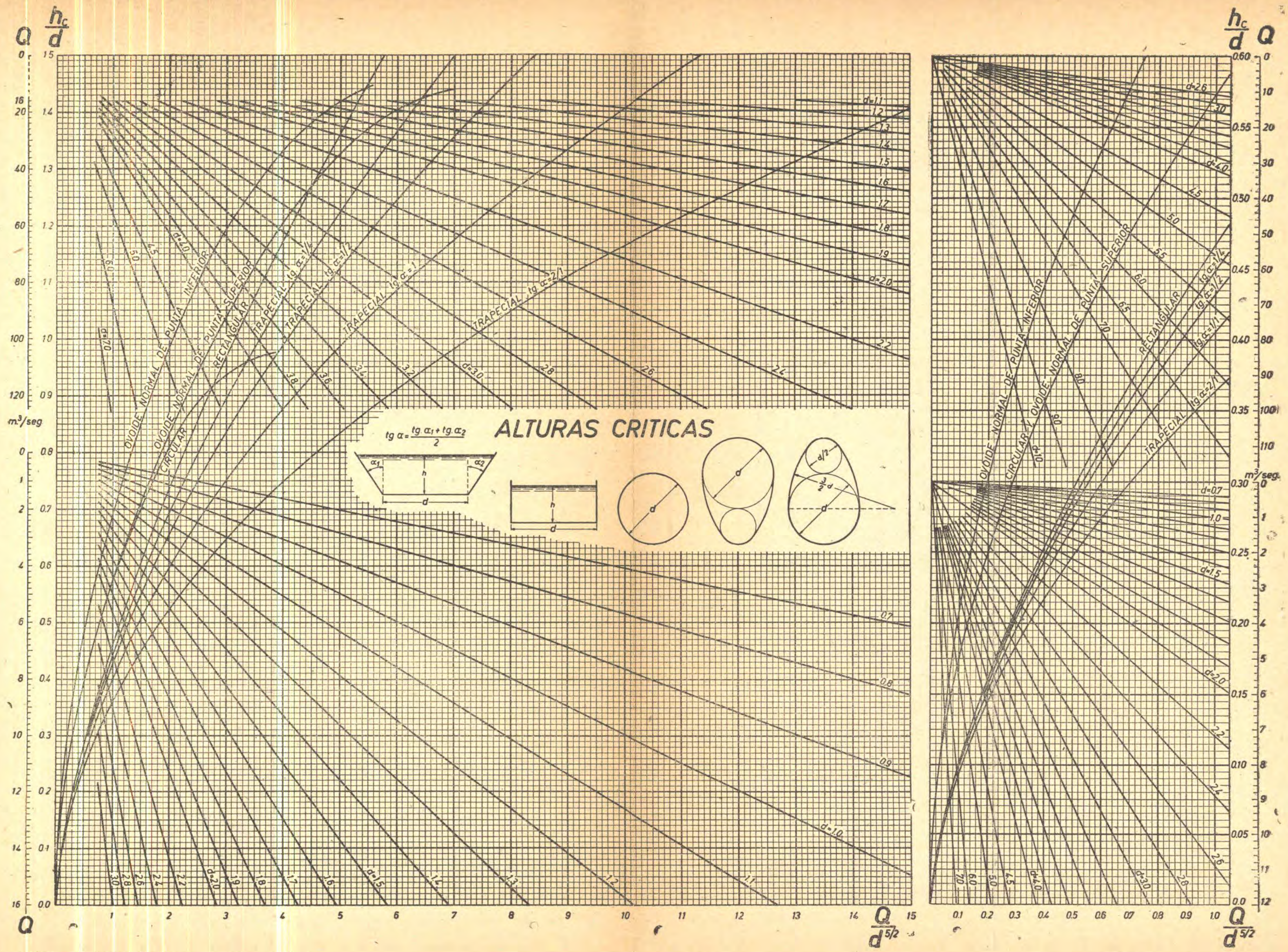
h	$\frac{h}{d}$	$\frac{Qn}{\sqrt{J}}$	J	H	B	J_m	$J_m - I$	ΔB	x	Σx
1,95	0,65	4,5	0,00571	0,86	2,81				0	0
2,10	0,70	5,0	0,00462	0,72	2,82	0,00516	0,00316	0,01	3,2	3,2
2,25	0,75	5,4	0,00397	0,61	2.86	0,00428	0,00228	0,04	17,5	20,7
2,35	0,784	5,8	0,00344	0,56	2,91	0,00370	0,00170	0,05	29,4	50,1
2,45	0.816	6,2	0,00301	0,51	2,96	0,00322	0,00122	0,05	41,0	91,1
⋮										
2,91										

Para deducir J de la columna $\frac{Qn}{\sqrt{J}}$ basta una sola posición de la regla de cálculo. Por otro lado, como el valor de $\frac{Q}{d^2}$ es una constante, para determinar con el abaco correspondiente las alturas de velocidad, resultan en una misma línea horizontal todas las intersecciones que determinan los valores de H.

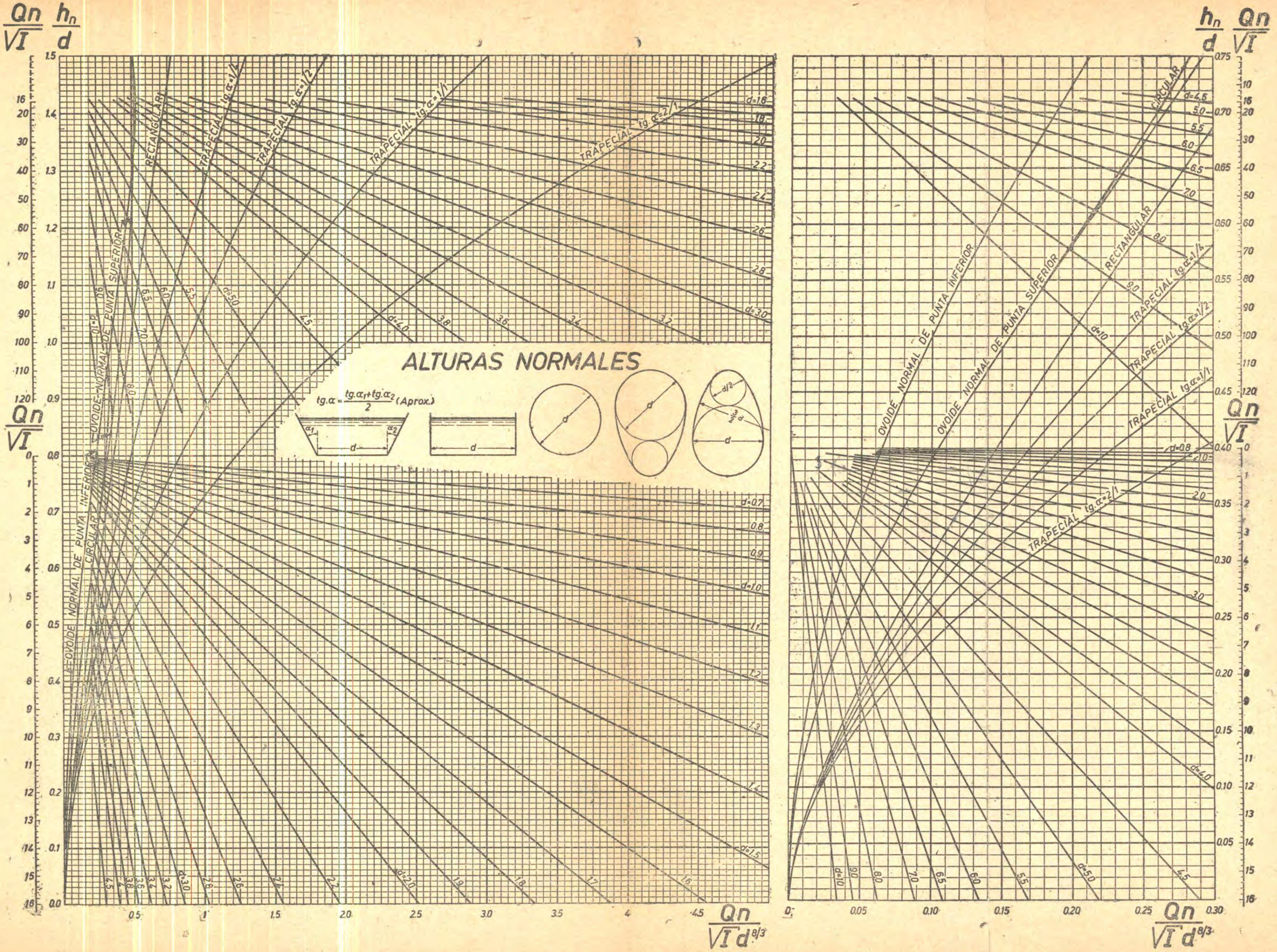
Las columnas a la derecha de la raya gruesa son idénticas a las del procedimiento ordinario. De las tres de la izquierda, la última reemplaza a 5 del procedimiento ordinario de cálculo de ejes hidráulicos en acueductos abovedados, siendo también indispensables para este caso las dos primeras columnas, y el uso de tablas o gráficos para la determinación de Ω, R y C, valores que ahora quedan eliminados del cálculo.



ALTURAS DE VELOCIDAD
$H = \frac{U^2}{2g}$
$tg.\alpha = \frac{tg.\alpha_1 + tg.\alpha_2}{2}$
OVOIDE NORMAL DE PUNTA INFERIOR
CIRCULAR
OVOIDE NORMAL DE PUNTA SUPERIOR
RECTANGULAR
TRAPECIAL tg.α=1/4
TRAPECIAL tg.α=1/2
TRAPECIAL tg.α=1/1
TRAPECIAL tg.α=2/1
CIRCULAR Y OVOIDE NORMAL DE PUNTA SUPERIOR
$\frac{Q}{d^2}$
$\frac{h}{d}$
m³/seg. / m²
$\frac{\Omega}{d^2} = \frac{Q}{d^2\sqrt{2gH}}$
H=0.005
H=0.02
H=0.03
H=0.10
H=0.50
H=2.00



ALTURAS CRITICAS
tg α = (tg α1 + tg α2)/2
Q
hc/d
Q/d^5/2
m³/seg
OVOIDE NORMAL DE PUNTA INFERIOR
OVOIDE NORMAL DE PUNTA SUPERIOR
CIRCULAR
RECTANGULAR
TRAPECIAL tg α=1/4
TRAPECIAL tg α=1/2
TRAPECIAL tg α=1
TRAPECIAL tg α=2/1
d=70
d=40
d=30
d=20
d=15
d=11
d=10
d=7
d=26
d=0.7
d=2.0
d=1.5
d=4.0
d=3.0


ALTURAS NORMALES
$tg.\alpha = \frac{tg.\alpha_1 + tg.\alpha_2}{2}$ (Aprox.)
$\frac{Qn}{\sqrt{I}}$
$\frac{h_n}{d}$
$\frac{Qn}{\sqrt{I}\,d^{8/3}}$
RECTANGULAR
TRAPECIAL tg.α=1/4
TRAPECIAL tg.α=1/2
TRAPECIAL tg.α=1/1
TRAPECIAL tg.α=2/1
CIRCULAR
OVOIDE NORMAL DE PUNTA INFERIOR
OVOIDE NORMAL DE PUNTA SUPERIOR