

FUNCIONES DE AUTOCORRELACION Y DENSIDADES DE POTENCIA DE ACELEROGRAMAS DE MOVIMIENTOS FUERTES*

Arturo ARIAS**

Luis PETIT LAURENT***

RESUMEN

Se describen algunas propiedades estadísticas de los acelerogramas de temblores fuertes considerados como procesos estocásticos. La descripción elegida es de segundo orden y se hace a través del cálculo de las funciones de autocorrelación y de densidad espectral de potencia. Fueron analizados un total de 38 sismogramas: 28 corresponden a registros norteamericanos; 2, a un temblor registrado en Santiago de Chile, y los restantes, a dos temblores registrados, en dos estaciones diferentes, en Ciudad de México. De todos ellos se dan los gráficos de las dos funciones mencionadas.

Se discuten los resultados, especialmente en conexión con dos modelos teóricos del acelerograma: aquel que lo considera como un ruido blanco y uno propuesto por Kanai.

INTRODUCCION

Un examen superficial de los acelerogramas de movimientos fuertes revela las siguientes características aparentes:

- 1.- Los terremotos son fenómenos transientes, de duración finita y, por lo tanto, no estacionarios;
- 2.- La aceleración, como función del tiempo, presenta una extrema irregularidad;
- 3.- Las diferentes partes de un mismo registro ofrecen características distintas, sobre todo en lo que se refiere a la intensidad de la aceleración;

* Este trabajo fue presentado en las Primeras Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica. La versión presente contiene algunas modificaciones.

** Director del IDIEM. Profesor de Mecánica Racional de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile.

***Ingeniero Civil. IDIEM.

4.- Se podría pensar que la única característica común a los acelerogramas de movimientos fuertes sería justamente su aleatoriedad.

Esto último fue lo que condujo a G.W. Housner a proponer un modelo de acelerograma en que el temblor es considerado como un proceso al azar. Supuso que la aceleración podía representarse como una serie de pulsos distribuidos aleatoriamente en el tiempo (1947)¹. Siguiendo una idea similar, en los últimos años, varios investigadores han representado los acelerogramas por ruidos blancos.^{2,3,4,5}.

El propósito de la presente investigación es efectuar una primera exploración del tema con el objetivo final de averiguar de qué manera y en qué medida interviene el azar en la constitución de un acelerograma de movimiento fuerte. La herramienta matemática indicada para este fin es la Estadística, y específicamente aquella rama de esta disciplina que estudia los procesos aleatorios o estocásticos^{6,7,8}.

PROCESOS ESTOCASTICOS

Un proceso estocástico es un conjunto o ensemble de elementos, funciones del tiempo, para el cual existe una medida de probabilidad que describe las propiedades estadísticas o regularidades que pueden darse en una muestra grande tomada del conjunto bajo condiciones similares.

En la práctica no se dispone nunca de un conjunto completo sino sólo de unos pocos elementos, un subconjunto, del cual es a menudo posible deducir aproximadamente las propiedades estadísticas del conjunto; esta aproximación puede ser buena si se cuenta con un número suficiente de datos.

Más precisamente entonces, podemos decir que un proceso estocástico, $\{y(t)\}$ es un conjunto de funciones $y_1(t), y_2(t), \dots$ junto con una medida de probabilidad por la cual podemos determinar estadísticamente propiedades observables para cualquier elemento (o grupo de elementos) del conjunto.

Si consideramos los registros de distintos terremotos obtenidos por un acelerógrafo, que opera en condiciones invariables, tendríamos así un conjunto de funciones $\ddot{x}_1(t), \ddot{x}_2(t), \dots, \ddot{x}_n(t)$, cada una de las cuales representa la aceleración registrada en el papel incriptor como función del tiempo. Se podría tratar igualmente de los desplazamientos o de las velocidades, ya sea obtenidos directamente o por integración del acelerograma.

Estas funciones constituyen elementos de un ensemble. Si sobre este ensemble podemos definir una repartición de probabilidad, es decir, si a cada subconjunto le podemos hacer corresponder un número que nos da la probabilidad

de que al elegir al azar una función determinada, esa función pertenezca al subconjunto, entonces el conjunto de todas estas funciones, más la distribución de probabilidades constituirán un proceso aleatorio.

Funciones de distribución

La descripción estadística de un proceso aleatorio se puede hacer por medio de las funciones de distribución. Estas funciones de distribución pueden ser, como se explica en los textos, de primer orden, de segundo orden, o de algún orden superior, según queramos refinar la descripción del proceso. Diremos de paso que una descripción de orden n incluye todas las descripciones de menor orden y si conocemos una descripción para $n = \infty$, el proceso estará descrito estadísticamente de manera completa.

Se definen, en seguida, las funciones de distribución de segundo orden, que interesan especialmente por las siguientes razones:

- a) Las distribuciones de segundo orden tienen relación con la energía.
- b) Conociendo la función de distribución de segundo orden de la entrada (input) de un oscilador lineal, quedan determinadas las mismas funciones para la salida (output) del oscilador.
- c) La descripción de segundo orden incluye la de primer orden.

Las funciones de distribución de 2º orden

Consideremos los valores de la función $\ddot{x}(t)$ para dos valores arbitrarios t_1 y t_2 de la variable tiempo. La función de distribución de segundo orden de $\ddot{x}(t)$ queda definida por:

$$F_2(\ddot{x}_1, t_1; \ddot{x}_2, t_2) = P_r \{ \ddot{x}(t_1) \leq \ddot{x}_1, \ddot{x}(t_2) \leq \ddot{x}_2 \} \tag{1}$$

y la densidad de probabilidad f_2 estará dada por la relación

$$f_2(\ddot{x}_1, t_1; \ddot{x}_2, t_2) d\ddot{x}_1 d\ddot{x}_2 = \frac{\partial^2}{\partial \ddot{x}_1 \partial \ddot{x}_2} F_2(\ddot{x}_1, t_1; \ddot{x}_2, t_2) d\ddot{x}_1 d\ddot{x}_2$$

$$= P_r \{ \ddot{x}_1 < \ddot{x}(t_1) < \ddot{x}_1 + d\ddot{x}_1; \ddot{x}_2 < \ddot{x}(t_2) < \ddot{x}_2 + d\ddot{x}_2 \} \tag{2}$$

Definiremos el momento α_{jk} por la ecuación

$$\alpha_{jk} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\ddot{x}_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\ddot{x}_2 \ddot{x}_1^j \ddot{x}_2^k f_2(\ddot{x}_1, t_1; \ddot{x}_2, t_2) \quad (j, k, \text{ enteros}) \tag{3}$$

Este momento es el valor medio de $\ddot{x}^j \ddot{x}^k$ tomado sobre el ensemble.

El momento α_{11} tiene especial importancia; lo designaremos por $\phi_{\ddot{x}\ddot{x}}(t_1, t_2)$, y lo llamaremos función de autocorrelación de \ddot{x}

$$\phi_{\ddot{x}\ddot{x}}(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\ddot{x}_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\ddot{x}_2 \ddot{x}_1 \ddot{x}_2 f_2(\ddot{x}_1, t_1; \ddot{x}_2, t_2) \tag{4}$$

Desgraciadamente, el número de registros de temblores fuertes de que se dispone en la actualidad es insuficiente para hacer el cálculo promediando sobre un ensemble; en algunos casos sólo poseemos un elemento. Esta dificultad puede salvarse sustituyendo los promedios sobre el ensemble por promedios respecto al tiempo. Así tendremos para la función ϕ :

$$\phi_{\ddot{x}_j}(r) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} \ddot{x}_j(t) \ddot{x}_j(t+r) dt \tag{5}$$

siendo $r = t_2 - t_1$. El subíndice j indica la función o elemento del ensemble para el cual se hace el cálculo.

La identificación de estas dos definiciones de ϕ sólo se cumple cuando el proceso es estacionario y ergódico; así ocurre si los valores medios del conjunto son independientes del tiempo. Para este caso la función de autocorrelación es sólo función de la diferencia $t_2 - t_1 = r$.

Desafortunadamente, los terremotos no son procesos estacionarios y, por lo tanto, tampoco son ergódicos. Promediar respecto al tiempo para calcular $\phi(r)$ es sólo una aproximación. En otras palabras, las funciones así obtenidas pueden caracterizar bien los registros de donde se obtienen, pero no al conjunto de terremotos, el cual podría tener características diferentes de las que se obtienen a través de promedios en el tiempo sobre elementos individuales del ensemble.

Vamos a proceder a continuación a enunciar algunas propiedades de la función de autocorrelación.^{8,9,10}

Propiedades de la función de autocorrelación

I) $\phi_{\ddot{x}_j}(0) = \overline{\ddot{x}_j^2(t)}$ (6)

II) $\phi_{\ddot{x}_j}(r) = \phi_{\ddot{x}_j}(-r)$ (7)

III) $\phi_{\ddot{x}_j}(0) > |\phi_{\ddot{x}_j}(r)|$ (8)

IV) Si $\ddot{x}(t) = u(t) + v(t)$

y además, $u(t)$, $v(t)$ son estadísticamente independientes, entonces se tiene

$$\phi_{\ddot{x}\ddot{x}}(r) = \phi_u(r) + \phi_v(r) \tag{9}$$

De las propiedades citadas merece mayor atención IV que nos da la posi-

bilidad de descomponer una función dada, $x(t)$, en funciones sencillas. Consideremos algunos casos particulares. Se puede demostrar que:

a) Si $\ddot{x}(t) = a = \text{cte}$, $\phi_{\ddot{x}}(\tau) = a^2$ (10)

b) Si $\ddot{x}(t) = a \text{ sen } (\omega t + \Phi)$, $\phi_{\ddot{x}}(\tau) = \frac{a^2}{2} \cos \omega \tau$ (11)

c) Si $\ddot{x}(t)$ es al azar, se tendrá que $\phi_{\ddot{x}}(\tau) \rightarrow 0$, cuando $\tau \rightarrow \infty$ (12)

y la función $\phi_{\ddot{x}}(\tau)$ tendrá un comportamiento como el que se representa esquemáticamente en la Fig. 1c.

Según los resultados recién anotados podemos enunciar las siguientes propiedades de la función $\phi_{\ddot{x}}(\tau)$, en relación con el proceso aleatorio:

a) Si la función $\ddot{x}(t)$ posee las propiedades siguientes:

$\ddot{x}(t) = a + \xi(t)$ con $\xi(t) = 0$, $a = \text{cte}$

entonces

$\phi_{\ddot{x}}(\tau) = \phi_{\xi}(\tau) + a^2$ (13)

Este caso no puede presentarse para un acelerograma real, ya que supondría que el suelo queda con una velocidad constante una vez terminado el temblor, cosa que, por cierto, no sucede.

b) Si $\ddot{x}(t)$ posee una componente sinusoidal, esta componente aparece mezclada en la función de autocorrelación conservando su frecuencia.

c) Si el proceso tiene una componente al azar, ésta sólo afectará la primera parte del correlograma.

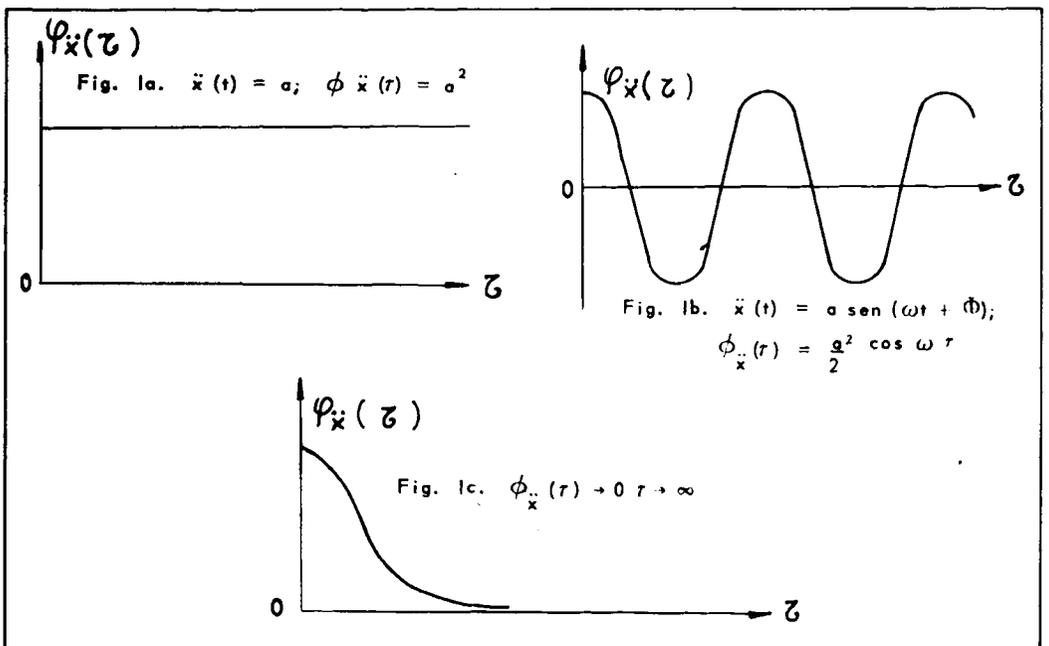


Fig. 1. Funciones de autocorrelación $\phi_{\ddot{x}}(\tau)$.

El correlograma

Con el objeto de comparar las funciones de autocorrelación correspondientes a dos funciones $\ddot{x}(t)$, $\ddot{y}(t)$ conviene normalizar aquéllas de modo que las ordenadas $\phi_{\ddot{x}}(0)$, $\phi_{\ddot{y}}(0)$ sean ambas iguales a la unidad. La función así obtenida la designaremos por $\hat{R}(\tau)$.

$$\hat{R}_{\ddot{x}}(\tau) = \frac{\phi_{\ddot{x}}(\tau)}{\phi_{\ddot{x}}(0)} \quad (14)$$

de donde

$$\hat{R}_{\ddot{x}}(0) = 1$$

$$y \quad |\hat{R}_{\ddot{x}}(\tau)| \leq 1 \quad (15)$$

Los gráficos $\hat{R}(\tau)$ vs. τ los llamaremos correlogramas.

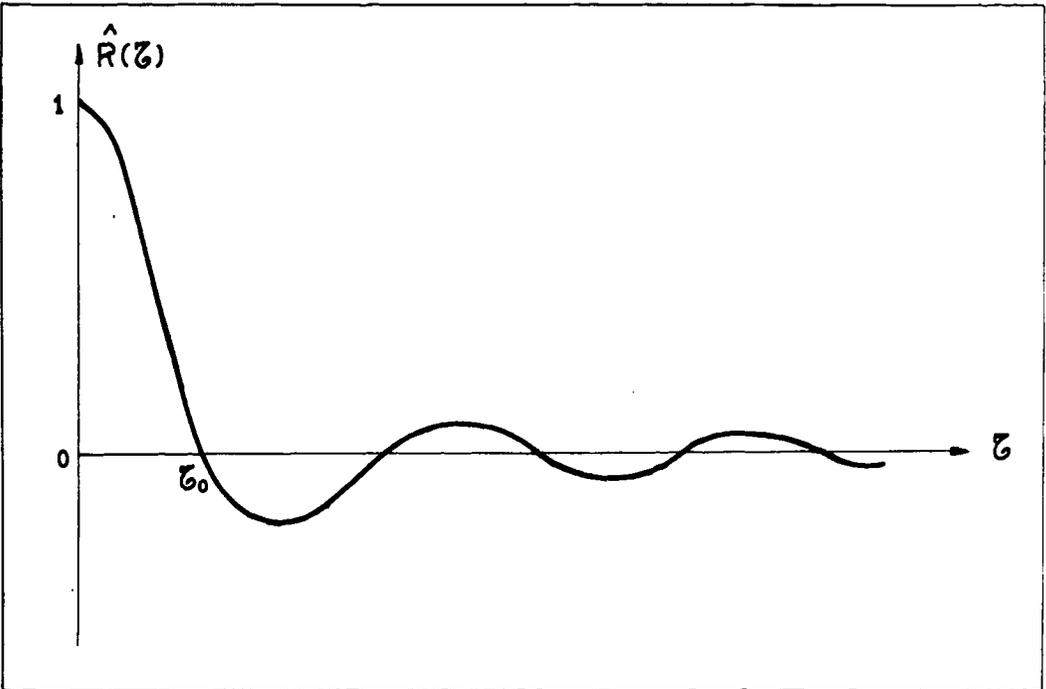


Fig. II. Correlograma.

¿Qué significan estos gráficos?

Supongamos que para la abscisa τ_1 , la ordenada del correlograma es $\hat{R}(\tau_1)$. El valor de esta ordenada es una medida de la correlación entre la aceleración registrada en el instante t y la aceleración registrada en el instante $t + \tau_1$.

En realidad, dado que al normalizar se hace $\hat{R}(0) = 1$, $\hat{R}(\tau)$ da directamente el coeficiente de correlación entre $\ddot{x}(t)$ y $\ddot{x}(t + \tau)$.

Para

$$0 \leq \tau \leq \tau_0 \tag{16}$$

resulta $\hat{R}(\tau) > 0$ Fig. II; es decir, que para los valores de τ que satisfacen las desigualdades (16), los valores de $\ddot{x}(t)$ y $\ddot{x}(t + \tau)$ están correlacionados positivamente.

El hecho de que el correlograma tenga la forma de una onda amortiguada significa que la correlación entre $\ddot{x}(t)$ y $\ddot{x}(t + \tau)$ se va haciendo menor a medida que crece τ , aunque no monótonamente, ya que, por lo general, según se verá al describir los resultados numéricos, los correlogramas presentan oscilaciones. Cualitativamente, podemos decir que mientras mayor sea la importancia de las componentes sinusoidales (deterministas) del acelerograma, menor será el amortiguamiento del correlograma, y las ordenadas de los máximos y mínimos del gráfico disminuirán lentamente. En cambio, mientras más importantes sean las componentes propiamente aleatorias de la función $\ddot{x}(t)$, más amortiguada resulta la función $\hat{R}(\tau)$, que incluso puede llegar a tender a cero sin oscilar.

El valor de τ_0 es una medida de la "coherencia" de las aceleraciones en el tiempo. Si τ_0 es pequeño y el correlograma es fuertemente amortiguado, habrá correlación positiva significativa entre $\ddot{x}(t)$ y $\ddot{x}(t + \tau)$ sólo para valores pequeños de τ , ($0 < \tau < \tau_0$); para todo propósito práctico, las aceleraciones en dos instantes t_1, t_2 tales que $|t_1 - t_2| > \tau_0$ serán estadísticamente independientes entre sí. En cambio, si τ_0 es grande, habrá correlación positiva entre $\ddot{x}(t_1)$ y $\ddot{x}(t_2)$ aún para valores relativamente grandes de $|t_2 - t_1| < \tau_0$ y el sismograma será más coherente.

Análogamente, si el correlograma es débilmente amortiguado, habrá correlación fuerte, positiva o negativa, entre $\ddot{x}(t_1)$ y $\ddot{x}(t_2)$ aun para valores de $|t_1 - t_2|$ bastante mayores que τ_0 , cualquiera que sea el valor de τ_0 .

Densidad espectral de potencia

Si calculamos la transformada de Fourier de la función de autocorrelación, esto es

$$S_{\ddot{x}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\ddot{x}}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \tag{17}$$

obtenemos una nueva función, que llamaremos espectro de potencia y que llevada a un gráfico nos indica cómo está distribuida la potencia entre las distintas frecuencias presentes en el acelerograma.

Se enumeran a continuación algunas propiedades de esta función^{8, 9, 10, 11}. Se puede demostrar que

I) $S_{\ddot{x}}(\omega) = S_{\ddot{x}}(-\omega)$ (18)

Es decir $S_{\ddot{x}}(\omega)$ es una función par.

II) $S_{\ddot{x}}(\omega)$ es real. Esto se debe a que la función $\phi_{\ddot{x}}(\tau)$ es par y podemos escribir,

$$S_{\ddot{x}}(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \phi_{\ddot{x}}(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (19)$$

$$\text{III) } \overline{\ddot{x}^2} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{\ddot{x}}(\omega) d\omega = \phi_{\ddot{x}}(0) \quad (20)$$

Hay dos casos de procesos sencillos que conviene anotar:

$$\text{a) } \text{Si } \ddot{x}(t) = a, \phi_{\ddot{x}}(\tau) = a^2, \frac{1}{2\pi} S_{\ddot{x}}(\omega) = a^2 \delta(\omega) \quad (21)$$

$$\text{b) } \text{Si } \ddot{x}(t) = a \text{ sen } (\omega_0 t + \phi), \phi_{\ddot{x}}(\tau) = \frac{a^2}{2} \cos \omega_0 \tau, \text{ y} \quad (22)$$

$$\frac{1}{2\pi} S_{\ddot{x}}(\omega) = \frac{a^4}{4} \delta(|\omega| - \omega_0)$$

en que $\delta(\omega)$ y $\delta(|\omega| - \omega_0)$ son funciones δ de Dirac.

De aquí fluyen las consecuencias que se indican a continuación:

a') La presencia de una componente constante y permanente en el acelerograma se reconoce porque da origen a una punta en el espectro de potencia para $\omega = 0$.

Si el acelerograma cumple con la condición $\overline{\ddot{x}} \neq 0$, entonces

$$S_{\ddot{x}}(\omega) = 2\pi \overline{\ddot{x}}^2 \delta(\omega) + S_1(\omega) \quad (23)$$

o sea que el espectro se compone de una punta en el origen y de una función $S_1(\omega)$ correspondiente a las componentes del acelerograma que quedan después de restar la componente constante y permanente. Para este caso se puede demostrar que

$$\sigma_{\ddot{x}}^2 = (\overline{\ddot{x} - \overline{\ddot{x}}})^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_1(\omega) d\omega \quad (24)$$

b') Cualquier componente sinusoidal de frecuencia circular ω_0 en el acelerograma da origen en el espectro a dos puntas simétricas con respecto al eje $\omega = 0$, para los valores $\pm \omega_0$.

Llamaremos densidad espectral de potencia a la función $S_{\ddot{x}}(\omega)$ normalizada de modo que se tenga

$$\int_0^{\infty} S_{\ddot{x}}(\omega) d\omega = 1 \quad (25)$$

La función $S_{\ddot{x}}(\omega)$ así normalizada la designaremos por $\hat{S}_{\ddot{x}}(\omega)$

Ruido blanco

Llamamos ruido blanco de banda infinita a un proceso aleatorio cuyo espectro de potencia es una constante:

$$S_{\ddot{x}}(\omega) = S_0 = C^{te} \quad (26)$$

Se trata de un caso ideal que no puede darse en la práctica, ya que la po-

tencia total resulta infinita.

La función de autocorrelación de un ruido blanco es una punta en el origen.

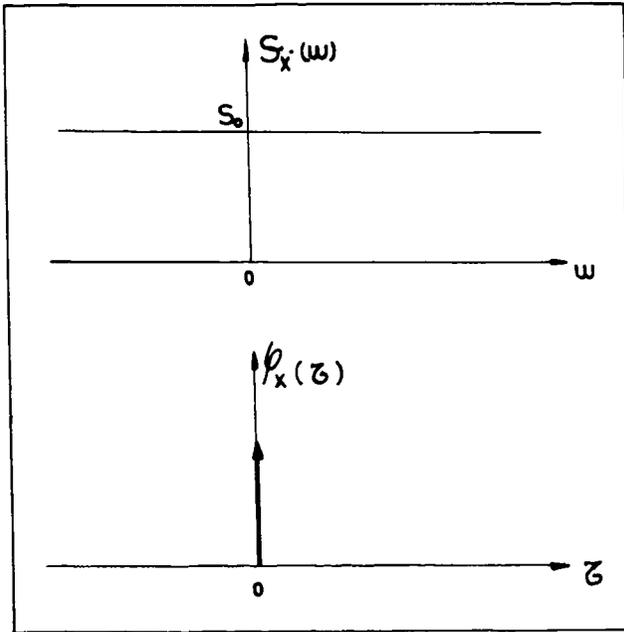


Fig. III. Espectro y función de autocorrelación de un ruido blanco de banda infinita.

Más interés tiene para nuestro estudio el ruido blanco de banda limitada. Llamamos así a un proceso cuya densidad espectral de potencia está dada por

$$\hat{S}_x(\omega) = \begin{cases} \hat{S}_0 = \frac{1}{\omega_0 - \omega_1} = \text{cte}, & \text{para } 0 \leq \omega_1 \leq |\omega| \leq \omega_0 \\ 0, & \text{para todo otro valor de } \omega \end{cases} \quad (27)$$

El gráfico del espectro se compone de dos rectángulos dispuestos simétricamente respecto del origen, Fig. IV.

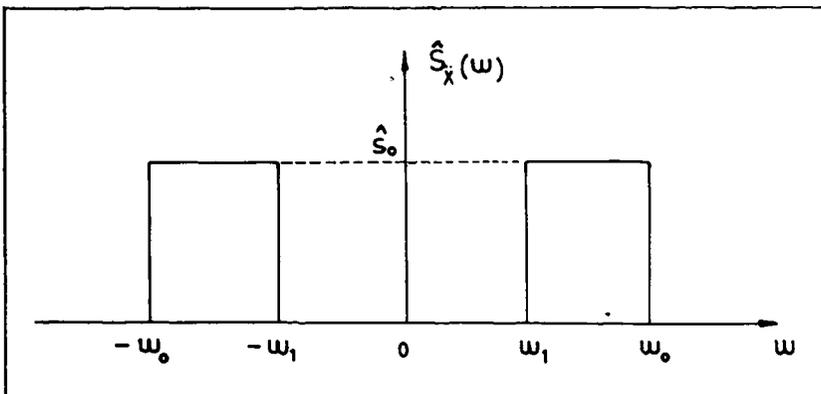


Fig. IV. Espectro de potencia para un ruido blanco de banda limitada.

La función de autocorrelación normalizada de este proceso es:

$$\hat{R}_{\hat{x}}(\tau) = \frac{\text{sen } \omega_0 \tau - \text{sen } \omega_1 \tau}{(\omega_0 - \omega_1) \tau} \quad (28)$$

En la Fig. V se dan los correlogramas correspondientes a diferentes ruidos blancos de banda limitada.

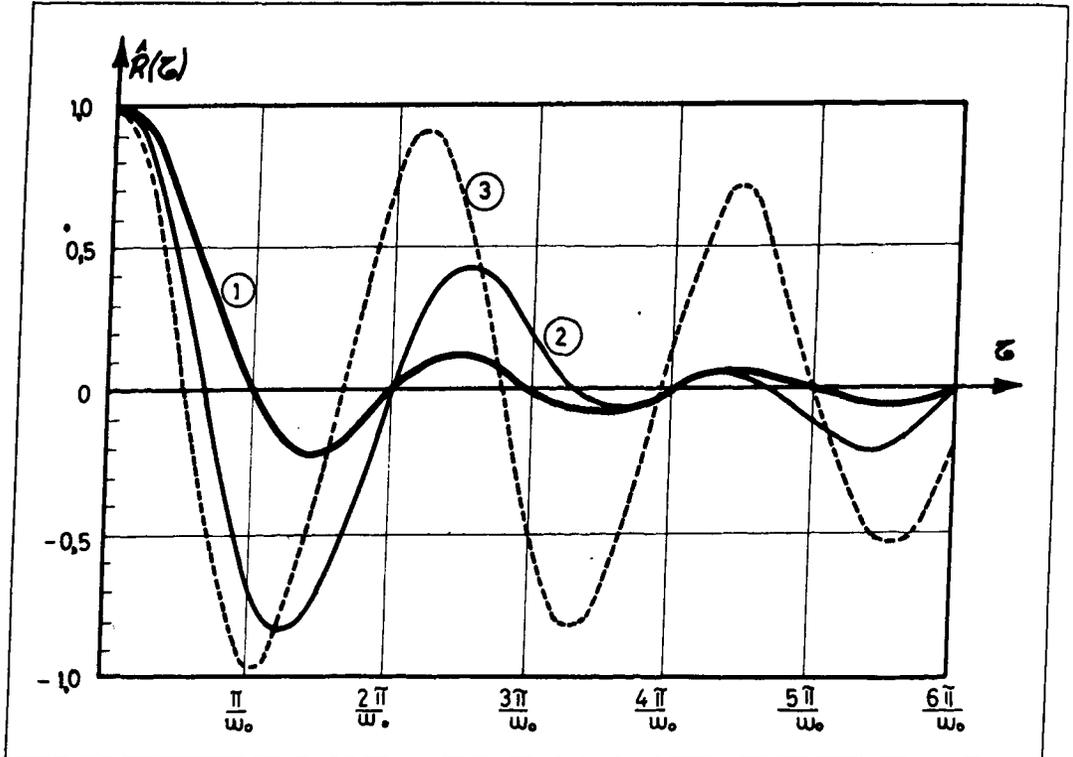


Fig. V. Correlogramas de tres ruidos blancos de banda limitada.

① $\omega_1 = 0$; ② $\omega_1 = 0,5 \omega_0$; ③ $\omega_1 = 0,8 \omega_0$

Relación entre los espectros de potencia para las aceleraciones, las velocidades y los desplazamientos.

Se puede deducir analíticamente¹⁹ que, considerando que $x = 0$ antes y después del terremoto y que $\dot{x} = 0$ al comenzar el terremoto y $\dot{x} = Cte$ una vez terminado éste, los espectros de densidad de potencia para los desplazamientos, velocidades y aceleraciones cumplen la relación.

$$S_{\ddot{x}}(\omega) = \frac{1}{\omega^2} S_{\dot{x}}(\omega) = \frac{1}{\omega^4} S_x(\omega) \quad (29)$$

Esto nos da la posibilidad de obtener los espectros de potencia de las velocidades y de los desplazamientos a partir del espectro de potencia de las aceleraciones.

CALCULO DE LAS FUNCIONES DE AUTOCORRELACION Y DE LA DENSIDAD ESPECTRAL DE POTENCIA PARA 38 SISMOGRAMAS

En las Tablas I y II se da una lista completa de los sismogramas analizados.

TABLA I

LISTA DE REGISTROS DIGITIZADOS

				N	Duración seg	Δr
Vernon	Marzo	10,33	N08E	820	20,5	1/40
			S82E	1000	25	1/40
	Oct.	2,33	N08E	470	9,4	1/50
			S82E	535	10,7	1/50
Los Angeles	Marzo	10,33	N51W	550	22	1/25
			N39E	550	22	1/25
	Oct.	2,33	N51W	650	13	1/50
El Centro	Dic.	30,34	NS	1240	24,8	1/50
			EW	1050	21	1/50
	Mayo	18,40	NS	1350	26,3	1/50
Helena	Oct.	31,35	EW	1275	25,5	1/50
			NS	450	9	1/50
Ferndale	Sep.	11,38	EW	480	9,6	1/50
			S45E	700	14	1/50
	Feb.	9,41	N45E	700	14	1/50
Sta. Bárbara	Oct.	3,41	S45E	750	15	1/50
			N45E	750	15	1/50
	Jun.	30,41	S45E	850	17	1/50
Hollister	Marzo	9,49	N45E	850	17	1/50
			S45E	750	15	1/50
Olympia	Abril	13,49	N89W	750	15	1/50
			S01W	800	16	1/50
Seattle	Abril	13,49	S10E	750	15	1/50
			S80W	1000	25	1/40
Santiago (Chile)	Sep.	13,45	N88W	1015	25,4	1/40
			S02W	500	20	1/25
			S80W	500	20	1/25
			N10W	350	8,8	1/40
				350	8,8	1/40

N : número total de puntos leídos en el acelerograma

Δr : intervalo de muestreo

Los 28 registros correspondientes a los EE.UU. fueron tomados de la publicación de Alford, Housner y Martel¹³; los dos registros chilenos de la memoria de los ingenieros Juan Lepe y Ramón Torres¹⁴. Estos registros fueron digitizados para ser procesados en un computador digital en la forma que se describe más adelante.

Los 8 registros mexicanos aparecen ya digitizados en la publicación de Jennings¹⁵

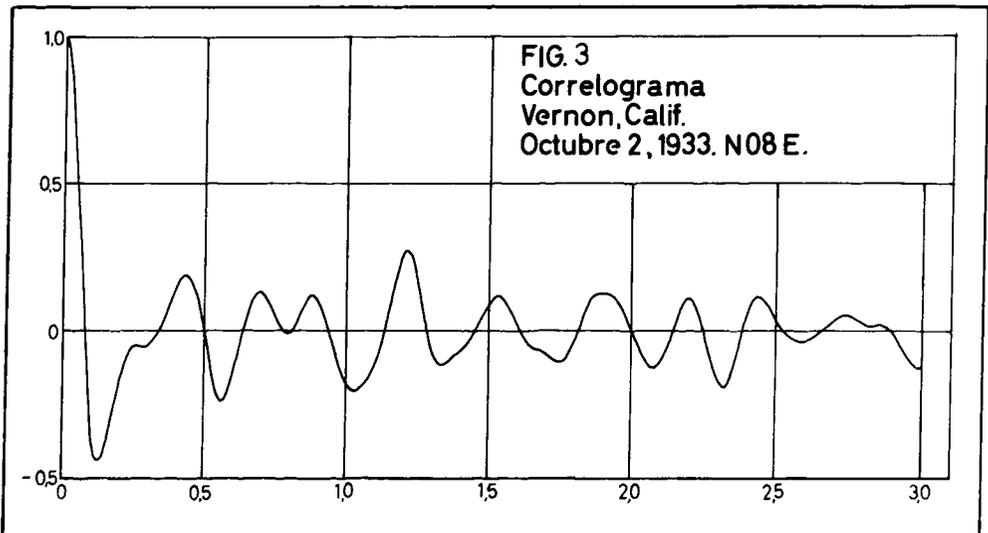
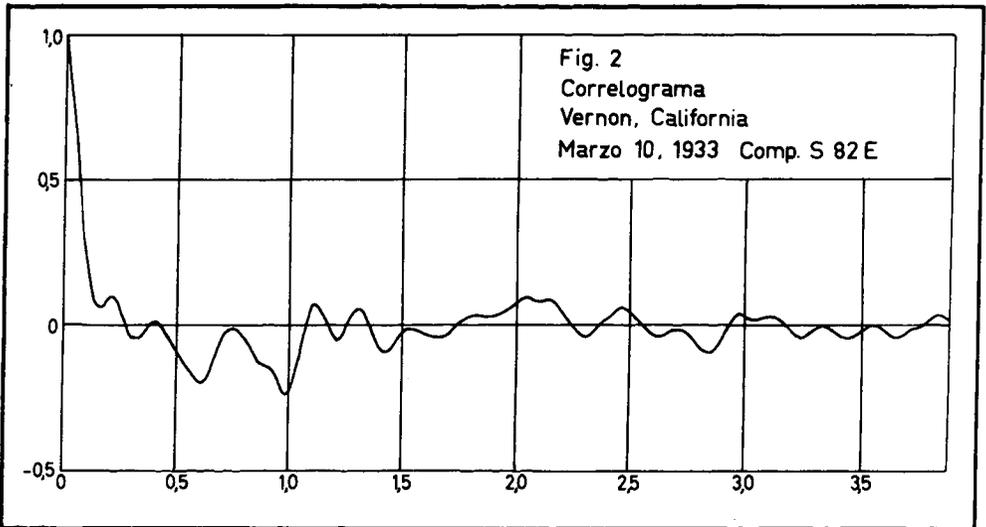
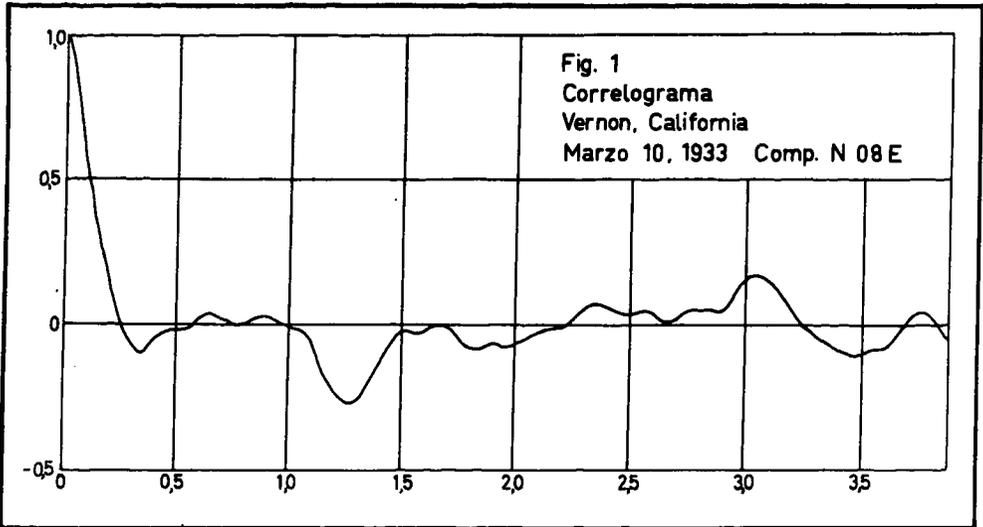


TABLA II
 TERREMOTOS MEXICANOS

			\bar{x}	δ
Torre Latinoamericana	May 11,62	N09E	0,0936	0,0319
		N81W	0,0675	0,0152
	May 19,62	N0JE	0,123	0,0781
		N81W	0,0083	0,0003
Parque Alameda	May 11,62	N10°46'W	0,3548	0,1121
		N79°14'E	-0,3068	0,1221
	May 19,62	N10°46'W	-0,156	0,0329
		N79°14'E	-0,171	0,0512

\bar{x} = promedio de los valores digitizados
 δ = corrección de los correlogramas

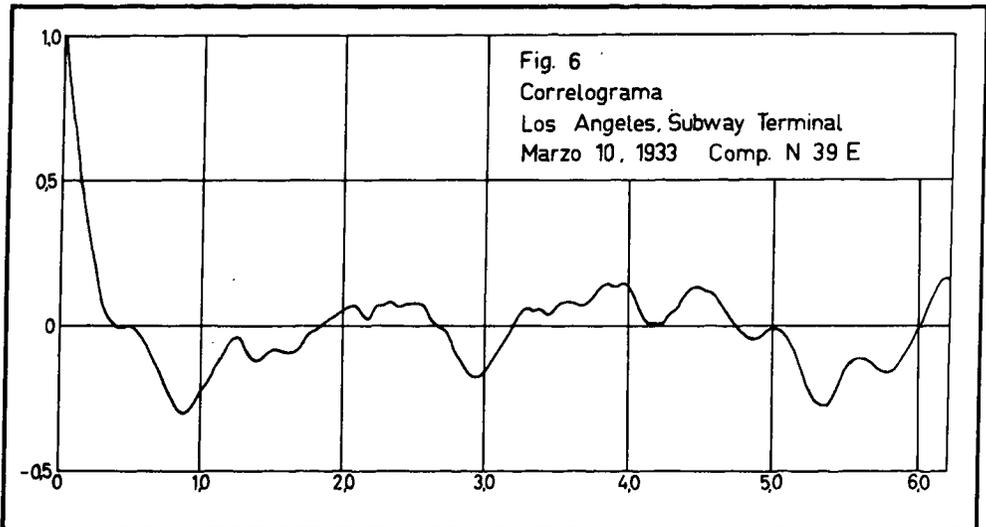
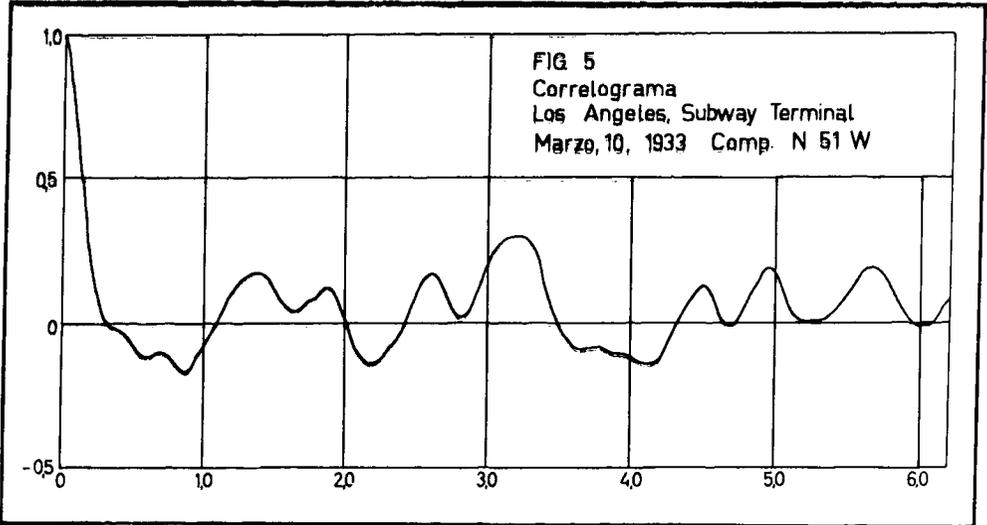
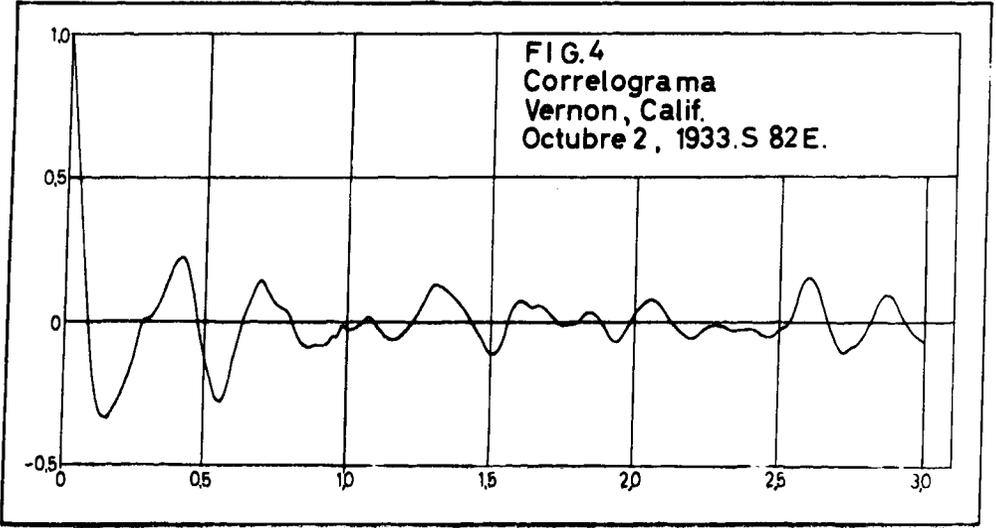
El método de digitización fue el siguiente:

Por medio de un epidiascopio se proyectó directamente el registro sobre un papel milimetrado. Se eligió una distancia de proyección conveniente, de modo que la escala de los tiempos sobre el papel diera una relación sencilla. Desafortunadamente, la escala de las aceleraciones, que es distinta para cada registro, no quedó en relación sencilla con el milimetrado, por lo cual las lecturas fueron hechas sin hacer la reducción. Para cada registro entonces se anotó la escala y se calculó la reducción a posteriori para hacer los gráficos de resultados.

Debido a que la distancia focal del epidiascopio no permitía muchas variaciones, no siempre era posible encontrar una relación sencilla para la escala de tiempos, por lo cual hubo que tomar distintos intervalos de muestreo. Los intervalos tomados fueron de 0,02; 0,025; y 0,04 seg.

Este método dio buenos resultados. A pesar de ello es conveniente citar algunas fuentes de error en las lecturas. Los errores observables en los registros fueron los siguientes:

- 1) Las marcas en la escala de los tiempos no estaban igualmente espaciadas. Para disminuir el efecto de esta deficiencia se ubicaba la proyección de tal modo que las diferencias entre las marcas de las escalas y las líneas del papel fuesen mínimas.
- 2) Para los sismos de gran intensidad y pequeño período de onda, las curvas eran simplemente rectas que unían las puntas. Ocurría a veces que estas rectas no eran tales sino que, por defecto del dibujo, eran curvas que volvían hacia atrás, pudiéndose leer, para una misma abscisa, o sea, para un mismo valor del tiempo, dos valores distintos de la aceleración. Para determinar estos



valores se hizo una interpolación entre las puntas.

3) Algunos sismogramas estaban interrumpidos en pequeños intervalos. Para subsanar este inconveniente se prolongaron los extremos hasta que se cortasen y se leyeron los valores sobre las prolongaciones.

Afortunadamente, estos errores carecen de importancia, considerando que la función de autocorrelación depende de todas las lecturas individuales efectuadas sobre el sismograma y, por lo tanto, es relativamente insensible a los errores accidentales cometidos en las lecturas individuales.

Mencionamos estas deficiencias considerando que, en el futuro, estas digitizaciones pueden ser usadas con fines más precisos.

Los valores digitizados fueron perforados en cinta para ser procesados por el computador digital.

Por falta de espacio no se transcriben las tablas de los valores digitizados.

Adaptación de las fórmulas para el cálculo con computador digital

a) Funciones de autocorrelación

Como ya hemos visto, la función de autocorrelación se puede calcular haciendo un promedio con respecto al tiempo, esto matemáticamente significa:

$$\phi(r) = \overline{x(t) x(t+r)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) x(t+r) dt \tag{30}$$

Esta definición rige para un proceso estacionario. Para el caso de los terremotos podemos hacer T igual al largo del registro y la fórmula quedaría

$$\phi(r) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t+r) dt \tag{31}$$

Ahora, como los registros digitizados constituyen una serie de puntos a intervalos iguales, Δt , la función de autocorrelación normalizada se puede aproximar por la siguiente expresión:

$$\frac{\phi(j)}{\phi(0)} = \frac{\frac{1}{N-j} \sum_1^{N-j} x_i x_{i+j}}{\frac{1}{N} \sum_1^N x_i^2} \tag{32}$$

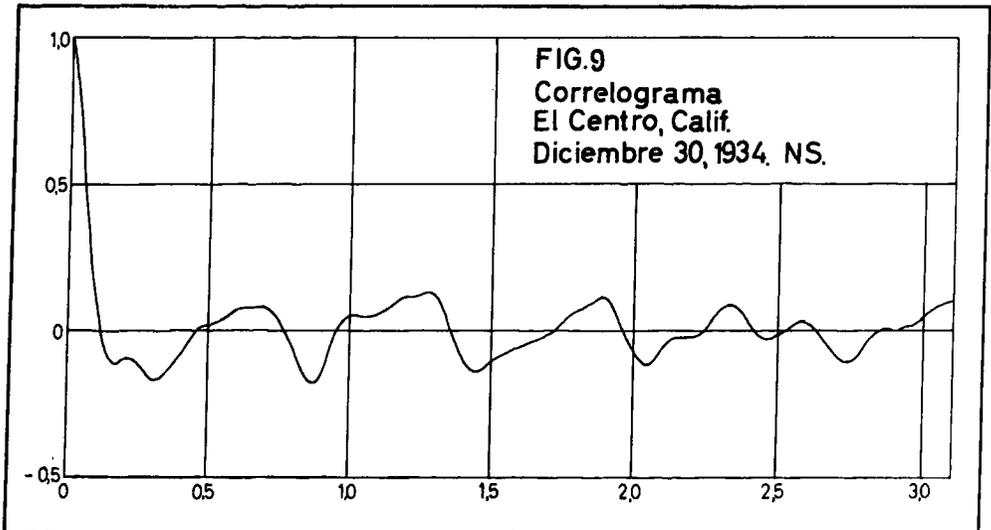
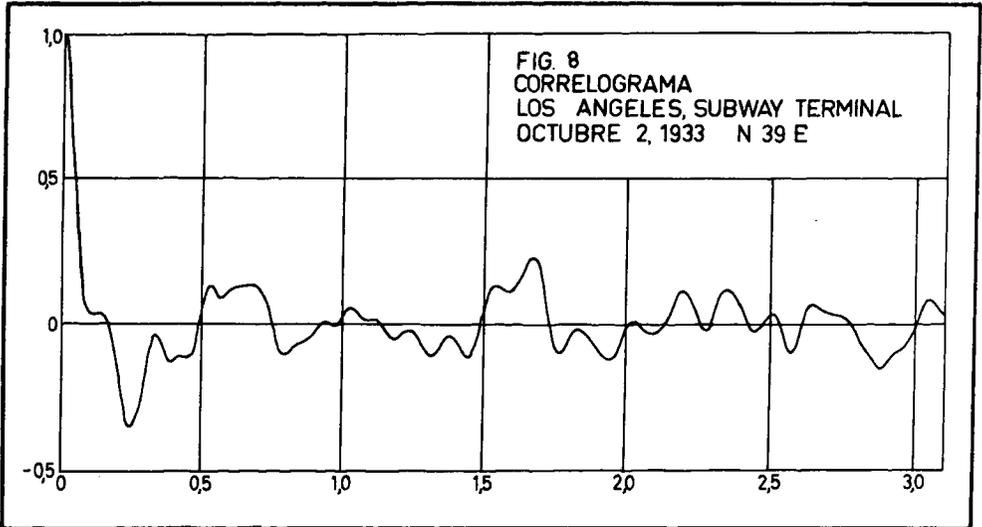
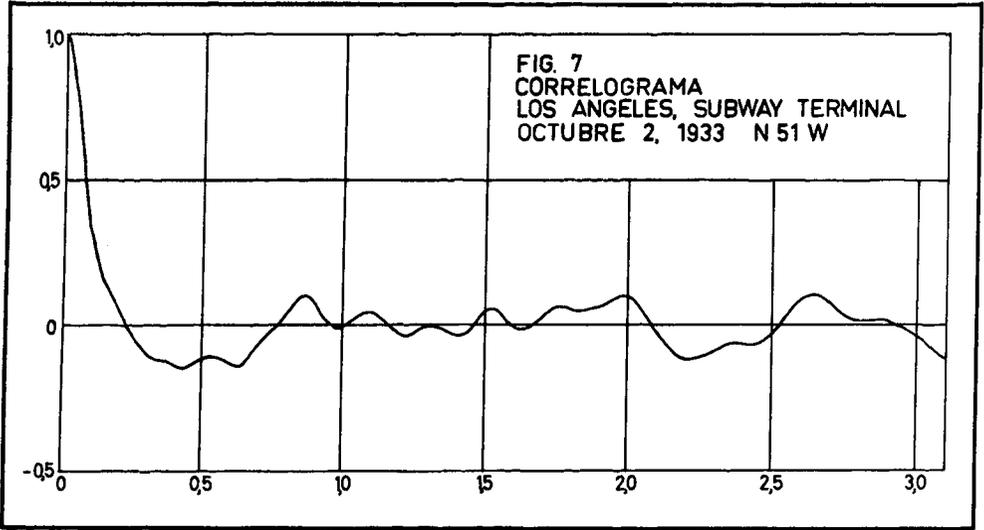
donde

$$\phi(j) = \phi(j \Delta t); x_i = x(i \Delta t)$$

$$N = \frac{T}{\Delta t} = \text{Número total de puntos del registro}$$

$$j = 1, 2, \dots, 150$$

o sea que $\phi(r)$ se calcula para los siguientes valores de r:



$$\tau = j \Delta\tau = \Delta\tau, 2\Delta\tau, \dots, 150 \Delta\tau \quad (\Delta\tau = \Delta t)$$

b) Densidad espectral de potencia

La densidad espectral de potencia se calculó haciendo el transform coseno de Fourier de la función de autocorrelación

$$S(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \phi(\tau) \cos \omega\tau d\tau \tag{33}$$

como la función de autocorrelación estaba definida por 150 puntos se calcularon los valores de $\phi(\tau) \cos \omega\tau$ para estos 150 puntos.

Sea

$$p_j = \phi_j \cos j\theta, \quad \theta = \omega\Delta\tau$$

$$\phi_j = \phi(j\Delta\tau) \tag{34}$$

$$\cos j\theta = \cos j(\omega\Delta\tau) = \cos \omega(j\Delta\tau)$$

Los $\Delta\tau$ son los mismos que para los correlogramas y sismogramas, o sea 0,02; 0,025 y 0,04 seg, según el temblor. Los valores de ω para los cuales se calculó $S(\omega)$ son:

Registros americanos y chileno; 2(0,25) 6(0,5) 20(1,0) 30(2,50) 60 seg⁻¹

Registros mexicanos: 1(0,10) 6(0,25) 10 seg⁻¹

Para el cálculo de las integrales se usó un método aproximado derivado de la regla de Simpson, original de Filon^{16,17,18}:

$$S'(\omega) = 2 \Delta\tau [\alpha (\phi_{150} \text{sen } 150\theta) + \beta C_{25} + \gamma C_{25-1}] \tag{35}$$

en que

$$C_{25-1} = \sum p_j \quad (j \text{ impar})$$

$$C_{25} = \sum p_j - \frac{1}{2} (1 + p_{150}) \quad (j \text{ par})$$

α, β, γ son funciones de θ dadas por:

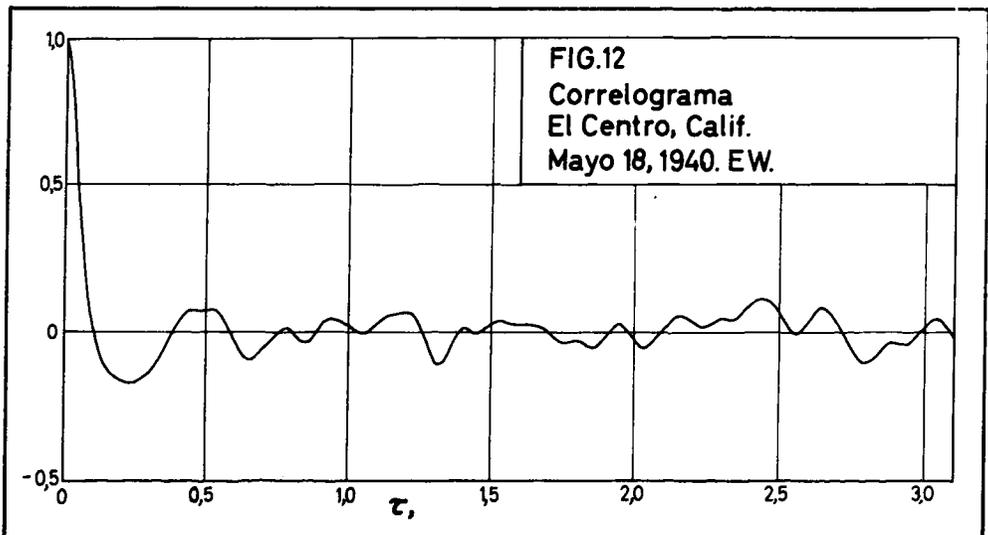
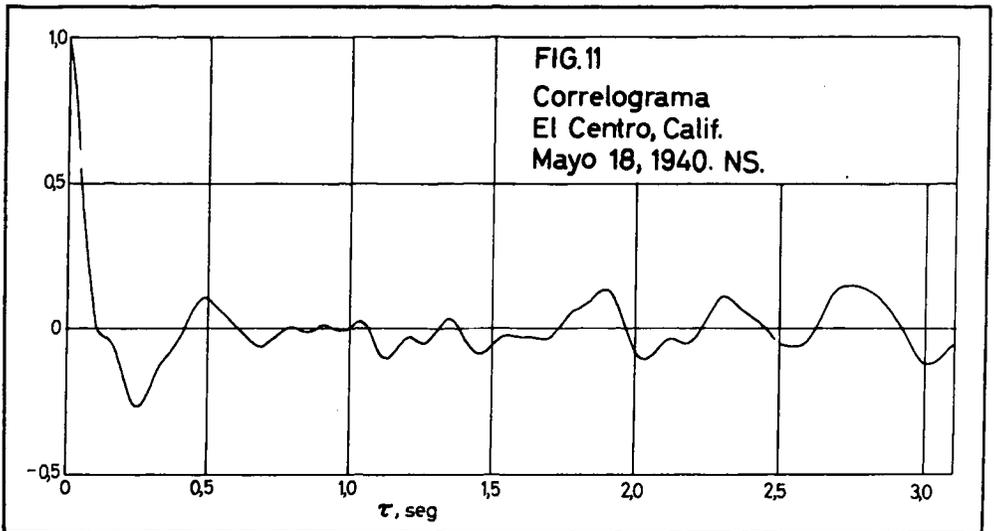
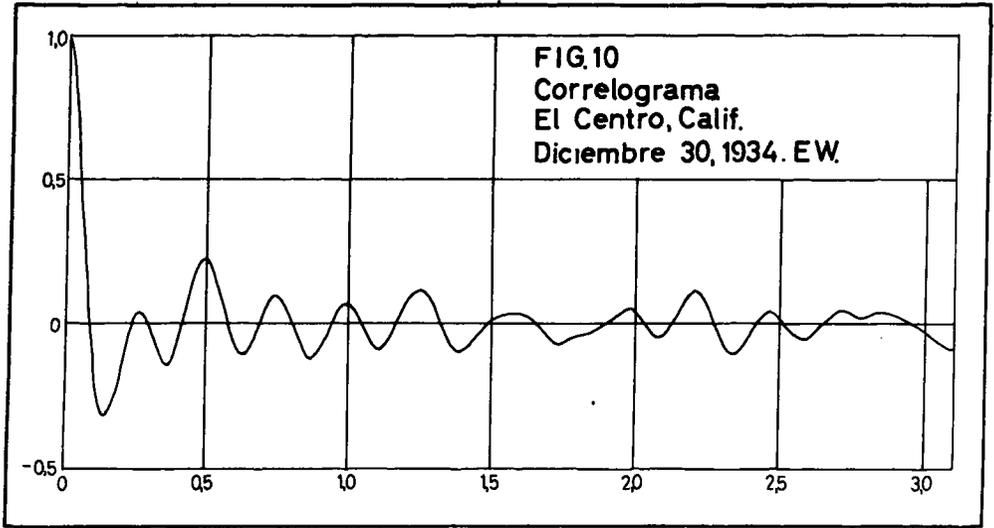
$$\alpha = \frac{1}{\theta} + \frac{\text{sen } 2\theta}{2\theta^2} - \frac{2 \text{sen }^2\theta}{\theta^3}$$

$$\beta = 2 \left[\frac{1 + \cos^2\theta}{\theta^2} - \frac{\text{sen } 2\theta}{\theta^3} \right]$$

$$\gamma = 4 \left[\frac{\text{sen } \theta}{\theta^3} - \frac{\cos \theta}{\theta^2} \right]$$

Los resultados obtenidos por este método fueron puestos en gráficos. Estos gráficos, periodogramas, aparecen al final (Fig. 39 - 48).

Como los valores del correlograma estaban normalizados, el valor de la densidad se obtiene multiplicando el valor obtenido por la media cuadrática.



$$S_{\ddot{x}}(\omega) = \phi(0) S'(\omega) = \bar{x}^2 S'(\omega) \tag{36}$$

RESULTADOS

El computador digital nos entregó los valores de las ordenadas correspondientes a los correlogramas y a los espectros de potencia. Con estos valores se hicieron los gráficos que aparecen en el apéndice (Fig. 1 al 48).

a) Correlogramas (Fig. 1 al 38)

Estos gráficos llevan como abscisas la variable τ (seg) y como ordenada, $R(\tau)$, que es la función de autocorrelación normalizada. El orden en que están colocados es el siguiente:

Primero, los correlogramas correspondientes a los 14 terremotos norteamericanos (Fig. 1 al 28), en el mismo orden que aparecen en la publicación de donde se obtuvieron los registros.

En seguida está el terremoto de Santiago de Chile (Fig. 29 y 30).

Por último aparecen los 4 terremotos mexicanos (Fig. 31 a 38).

Debe hacerse notar que la escala del tiempo no es la misma para todos los correlogramas.

b) Espectros de Potencia o Periodogramas (Fig. 39 al 48)

Los espectros de potencia aparecen en el mismo orden que los correlogramas.

Las abscisas de estos espectros llevan la variable $\omega(\text{seg.}^{-1})$ y las ordenadas llevan la densidad espectral de potencia $S_{\ddot{x}}(\omega)$.

Estos espectros fueron obtenidos a partir de los correlogramas normalizados.

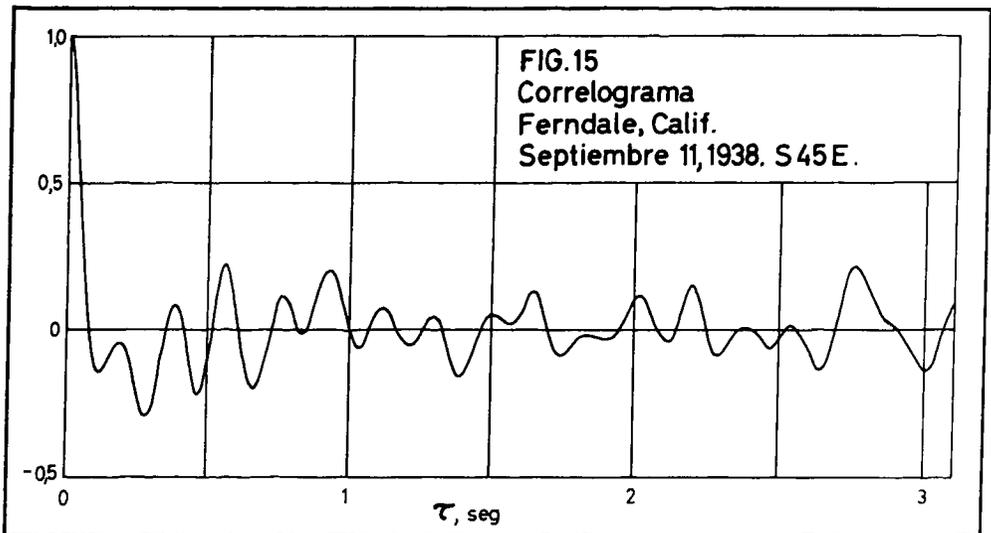
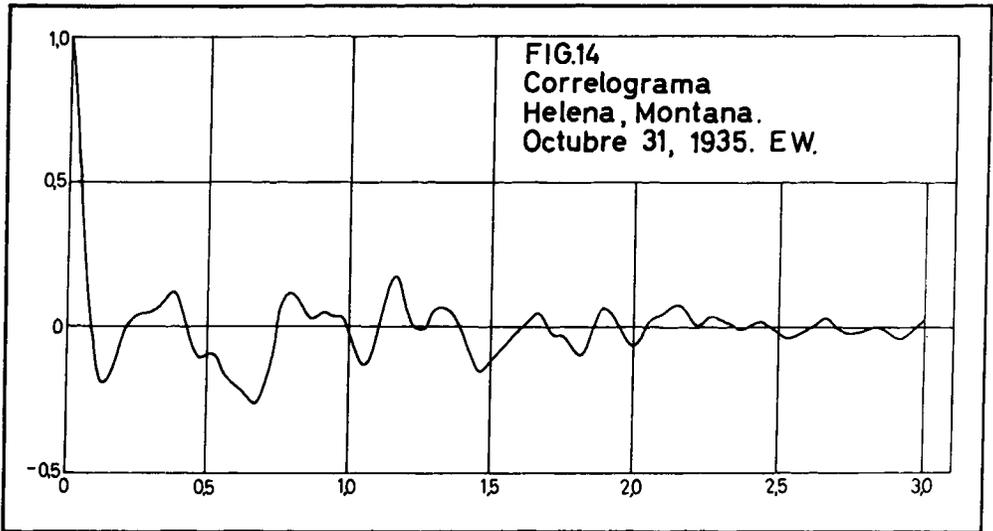
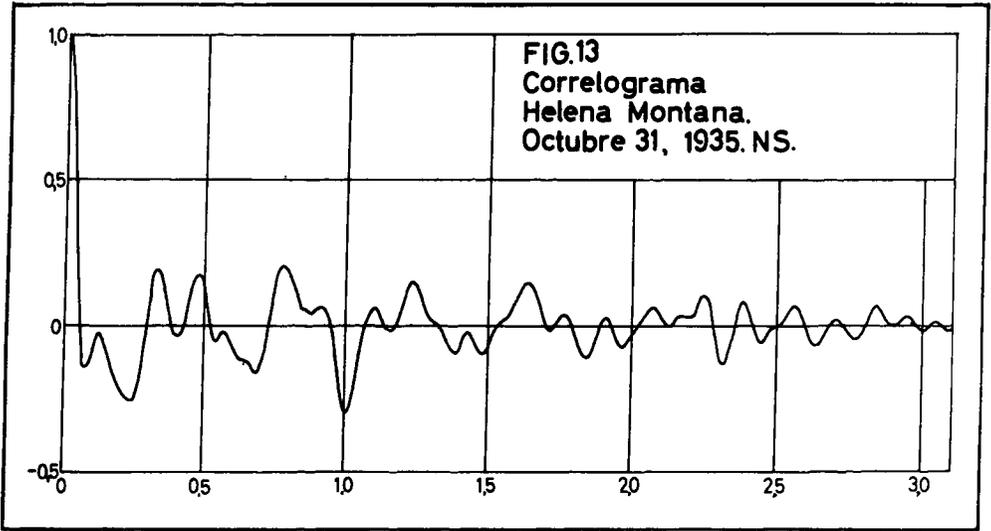
c) Observación

Al dibujar los correlogramas correspondientes a los terremotos mexicanos estas curvas quedaron notablemente desplazadas con respecto al eje. Esto nos hizo suponer que los ejes de los acelerogramas estaban mal trazados. Efectivamente, al hacer la suma de los valores digitizados el promedio era bastante diferente de 0.

Para hacer la corrección se operó como sigue: supusimos un nuevo eje corrido en la cantidad \bar{x} .

Si llamamos \hat{y} a las nuevas ordenadas y \ddot{x} , a las antiguas, se tiene¹⁹

$$\hat{R}_{\hat{y}}(\tau) = \frac{R_{\ddot{x}}(\tau) - \delta}{1 - \delta} \tag{37}$$



en que

$$\delta = \frac{\bar{x}^2}{x^2}$$

Se obtuvieron los valores de δ para los ocho correlogramas y se corrigieron, quedando bien centrados como puede apreciarse en las figuras correspondientes. Los valores de δ aparecen en Tabla II.

DISCUSION

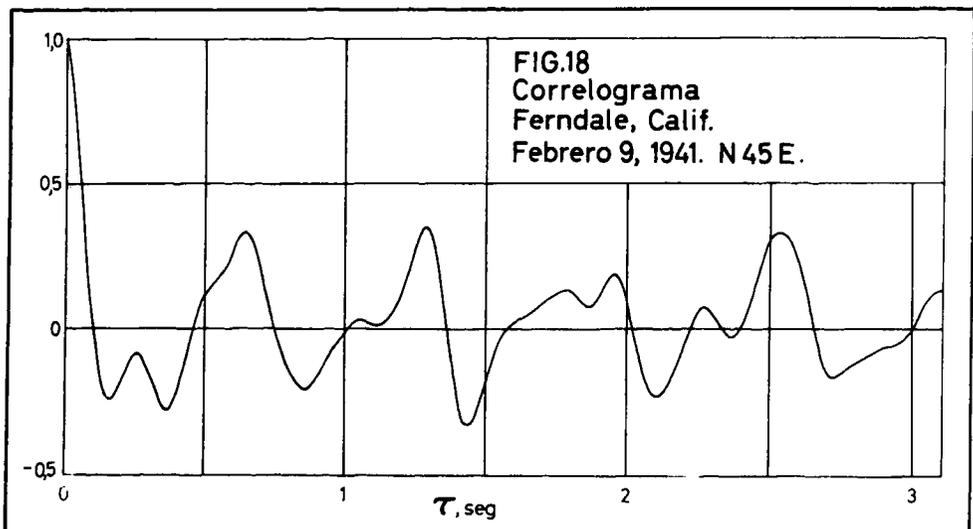
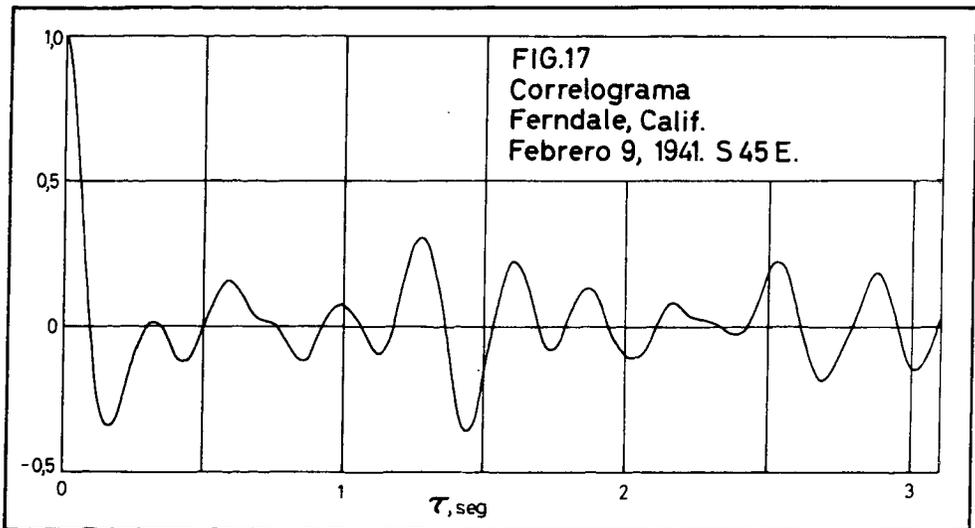
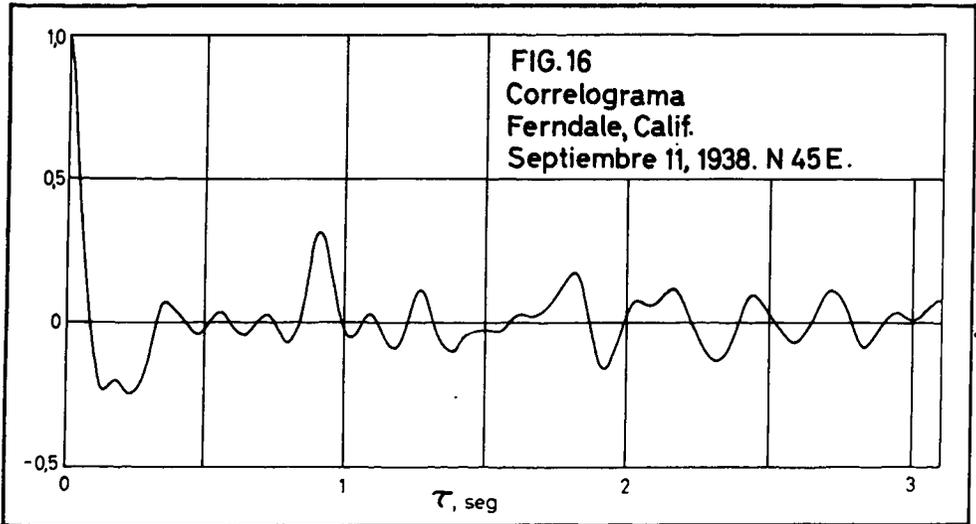
El método seguido para obtener los correlogramas y los espectros adolece de ciertas deficiencias que se discuten a continuación.

a) Al obtener las funciones de autocorrelación y los espectros de densidad de potencia se han calculado valores medios en el tiempo para cada acelerograma. Las funciones así obtenidas valen para el sismograma en cuestión y no para el ensemble de sismogramas, ya que por tratarse de procesos no estacionarios, está fuera de cuestión de que valga la hipótesis ergódica.

b) Como se ha trabajado con ordenadas del acelerograma digitizadas para intervalos necesariamente discretos del tiempo, se introducen en los resultados frecuencias espúreas; por la misma razón pueden desaparecer frecuencias que efectivamente estaban presentes en el sismograma. Una manera de averiguar si esto es así sería repetir los cálculos para otro intervalo de muestreo.

Esta deficiencia sólo es notable cuando los acelerogramas tienen frecuencias altas en los tramos de aceleraciones fuertes. En estos casos los puntas se suceden muy rápidamente y prácticamente no se pueden intercalar puntos entre ellos sino haciendo interpolaciones que sólo representan aproximadamente los valores para esos puntos. Esto es importante porque dado que las aceleraciones influyen con su cuadrado en la función de autocorrelación, son estas partes, las de mayor aceleración, las que prácticamente determinan el resultado. Para el resto de los acelerogramas, o sea, aquéllos de períodos más largos o de aceleraciones más parejas, este efecto carece de importancia.

c) Haciendo la integral para avaluar la superficie encerrada por los espectros de densidad de potencia normalizados, se encontró en todos los casos que la superficie era menor que la que debe resultar según la teoría: $\int_0^{\infty} f(\omega) d\omega = \pi$, si la función de autocorrelación está normalizada. Es posible que este error se deba a que no se calcularon las ordenadas de los espectros para valores de ω cercanos a cero. Hay dos razones para haber procedido así: primero, debido a que la función de autocorrelación se calculó para valores de τ comprendidos



entre 0 y 3 seg; 0 y 3,75 seg; 0 y 6 seg, según el intervalo de muestreo (y para r comprendido entre 0 y 15 seg en el caso de los registros mexicanos), no tiene sentido calcular el valor del espectro para ω pequeño, porque los errores introducidos al considerar el fenómeno como estacionario resultarían muy grandes; segundo, que en la ingeniería antisísmica se presenta muy rara vez el caso de estructuras con períodos propios superiores a 3 seg.

d) Para calcular el correlograma se consideraron todos los valores del registro de aceleraciones disponibles. Esto tiene el defecto de que esta curva corresponde sólo a una parte del fenómeno, ya que el acelerógrafo comienza a registrar sólo una vez que actúa el péndulo de partida. Se infiere de aquí que la parte inicial del registro se desconoce. Cosa parecida ocurre con la parte final que ha sido registrada y cortada de intento, aunque la pérdida de la parte final del acelerograma tiene seguramente menos importancia.

En algunos casos, la pérdida de la parte inicial del registro de aceleraciones puede ser de importancia. En efecto, algunos acelerogramas comienzan con aceleraciones tan fuertes como la máxima.

Ahora bien, como el correlograma depende del valor de partida, por tratarse de procesos transientes, cabe pensar que la primera parte del terremoto tenga componentes importantes y con características diferentes a las del resto del registro, lo que modificaría los resultados obtenidos de una manera que no es posible avaluar.

e) El hecho de que la función de autocorrelación se haya calculado para r comprendido entre 0 y $150 \Delta r$, hace que esta función aparezca cortada bruscamente al final. Esto introduce un error en el espectro. Aparecen por este hecho en el espectro de densidad de potencia funciones del tipo

$$\frac{A \operatorname{sen} a (\omega - \omega_0)}{(\omega - \omega_0)} \tag{38}$$

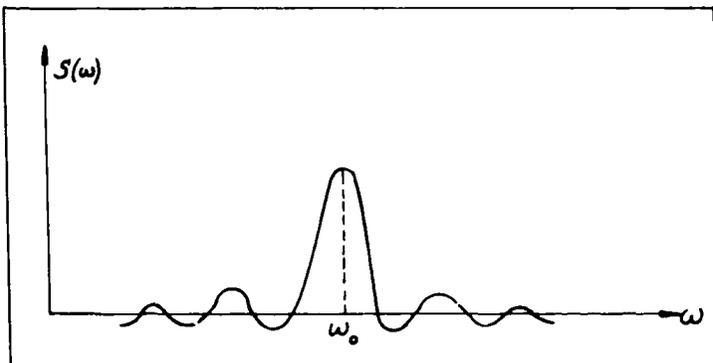
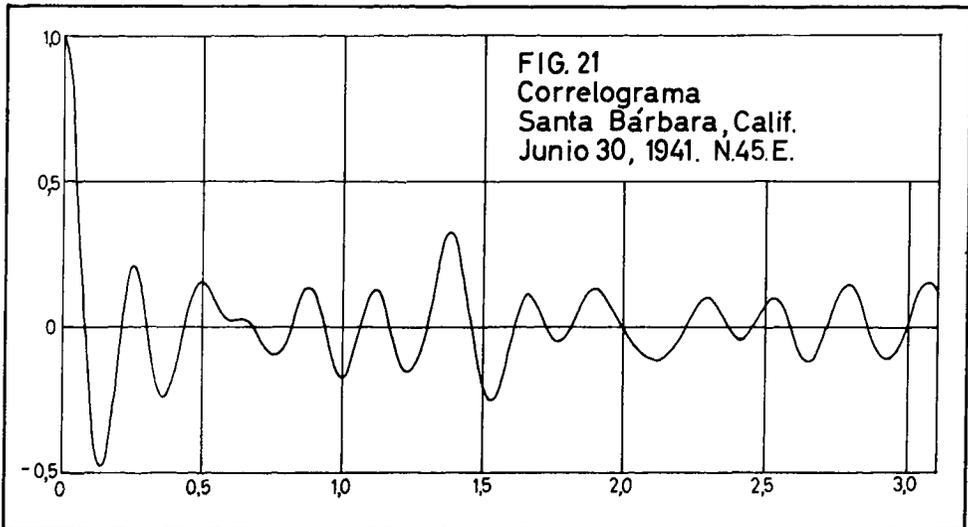
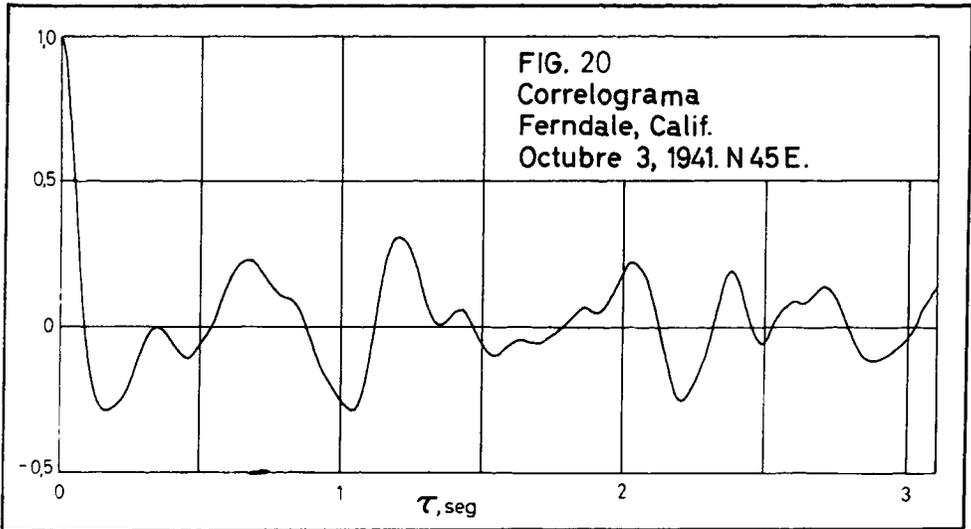
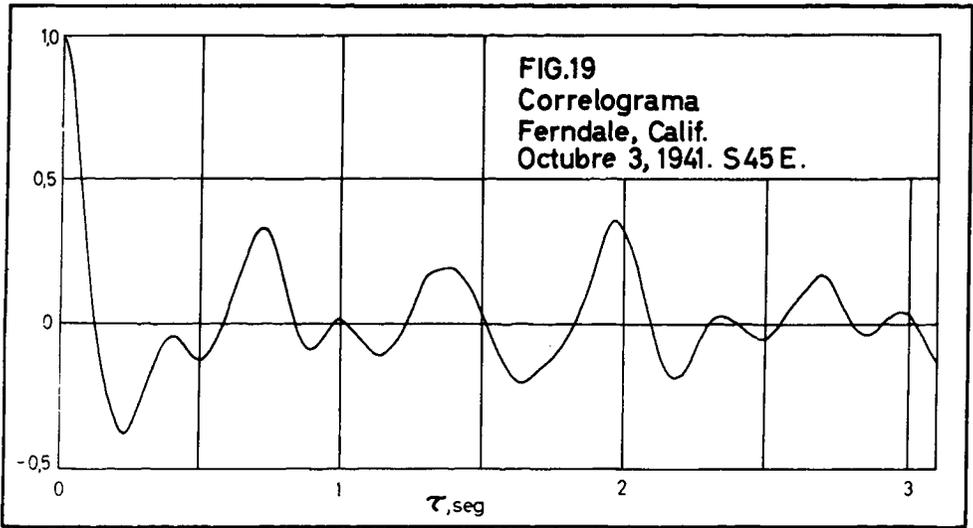


Fig. VI.



que introducen valores negativos al lado de las puntas grandes. Estos valores negativos no tienen significado, ya que el espectro, por definición, es positivo para todo ω .

La función citada corresponde a la transformada coseno de una función sinusoidal troncada.

f) Si en el sismograma hay trozos de sinusoides (cortadas al comienzo por la partida del instrumento y cortadas al final, porque el registro se ha publicado así), aparecerán en el espectro de densidad de potencia funciones del tipo

$$\frac{B \operatorname{sen}^2 b (\omega - \omega_0)}{(\omega - \omega_0)^2} \tag{39}$$

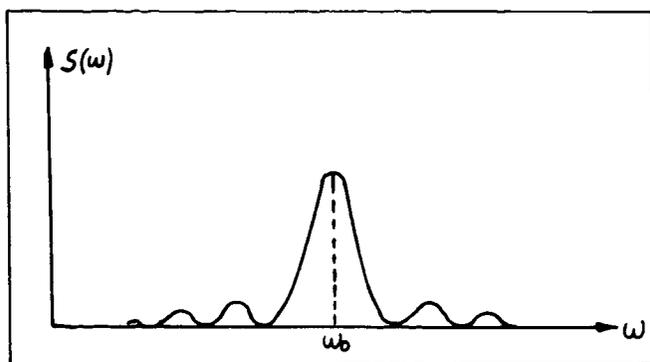


Fig. VII.

Las puntas adyacentes a la principal son espúreas y aparecen sólo porque el registro está censurado. Del mismo modo, el ancho de banda de la punta principal resulta función de la longitud del registro.

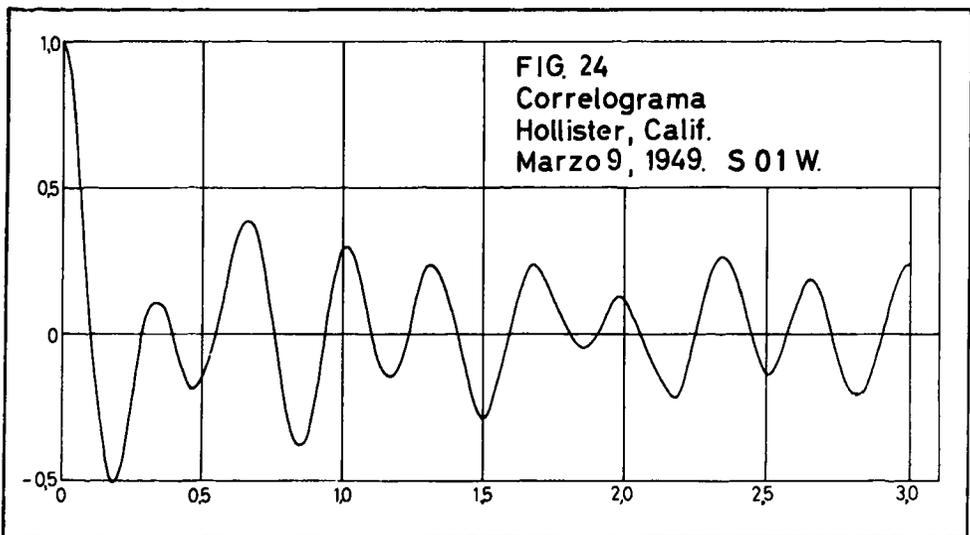
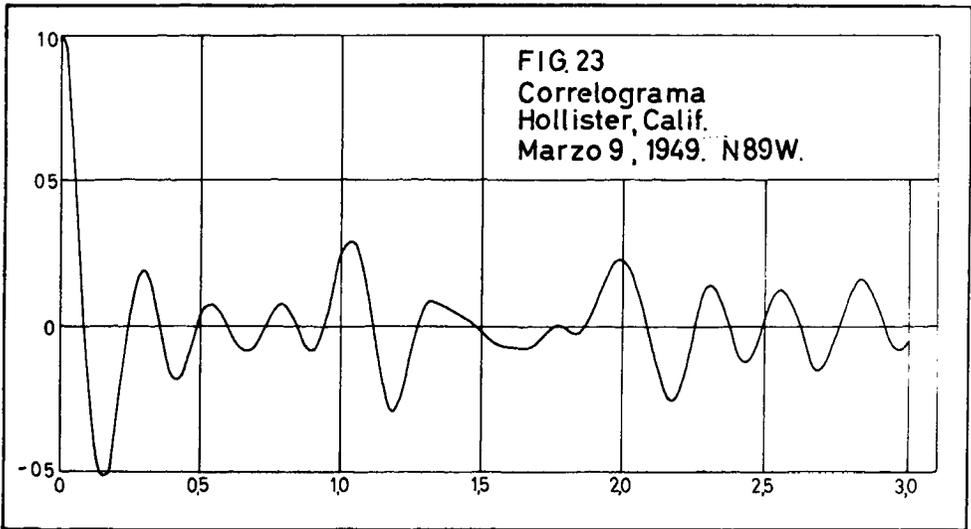
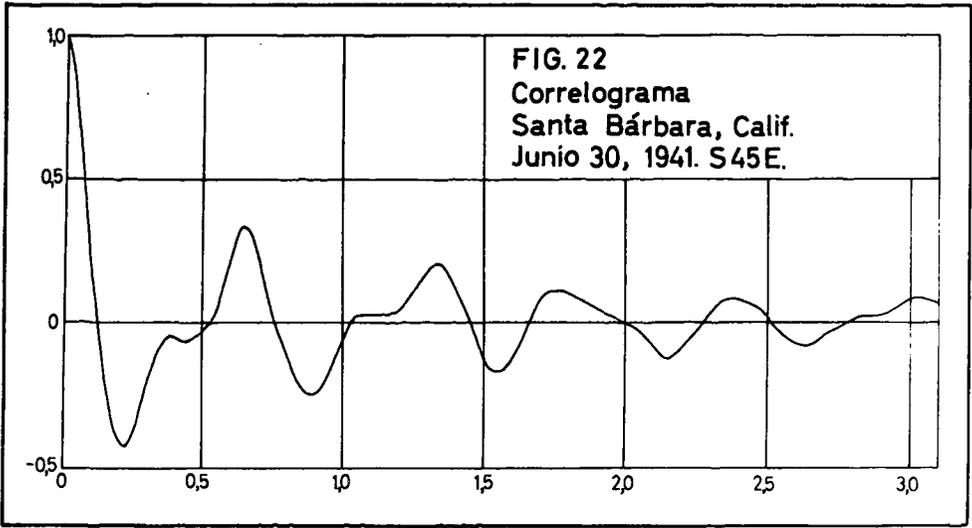
g) En todo caso, los dos efectos descritos en los puntos e) y f) no bastan aparentemente para explicar la aparición de dos o más puntas de altura semejante en el espectro, ya que para el efecto descrito en el punto e) la relación entre la altura de la punta principal y las puntas adyacentes es del orden de 8, y en el caso del fenómeno descrito en f) dicha relación es del orden de 22,5.

h) Un estudio de los sistemas lineales,^{9,12} nos permite demostrar que cualquier oscilador puede considerarse como un filtro cuyas características nos las da su función de transferencia. Esta función se define como el cociente entre las transformadas de las funciones de salida y de entrada de dicho oscilador; por ejemplo si estudiamos un oscilador que tiene un resorte en paralelo con un amortiguador como el de la Fig. VIII, la ecuación diferencial del movimiento será

$$m \ddot{y} + k (y - x) + c (\dot{y} - \dot{x}) = 0$$

Aplicando la transformación de Fourier queda

$$m (i \omega)^2 Y + k (Y - X) + c [(i \omega)(Y - X)] = 0 \quad X = F[x(t)]; Y = F[y(t)]$$



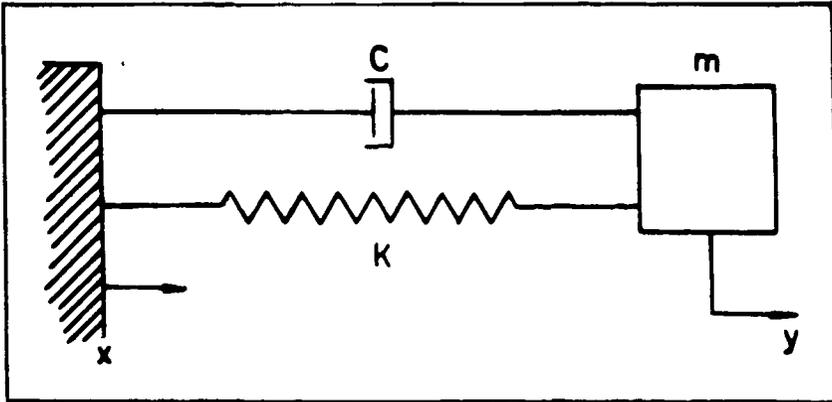


Fig. VIII.

de aquí

$$\phi = \frac{Y}{x} = \frac{c(i\omega) + k}{m(i\omega)^2 + c(i\omega) + k} \tag{40}$$

Los espectros de entrada y salida del oscilador están ligados por la relación

$$S_y(\omega) = |\phi|^2 S_x(\omega)$$

Ahora, si $x(t)$ es un ruido blanco, $S_x(\omega)$ es una constante y el espectro de salida tiene la forma del cuadrado del módulo de la función de transferencia.

Si hacemos el cálculo de esta función y colocamos $k = m \nu g^2$ y $c = 2 k_g \nu g m$ obtenemos justamente el espectro propuesto por Kanai^{5,19,15}.

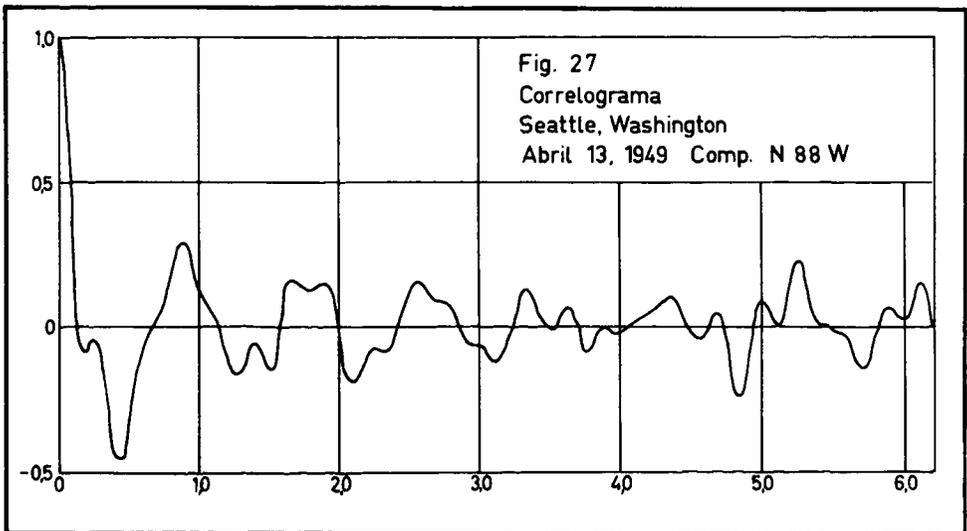
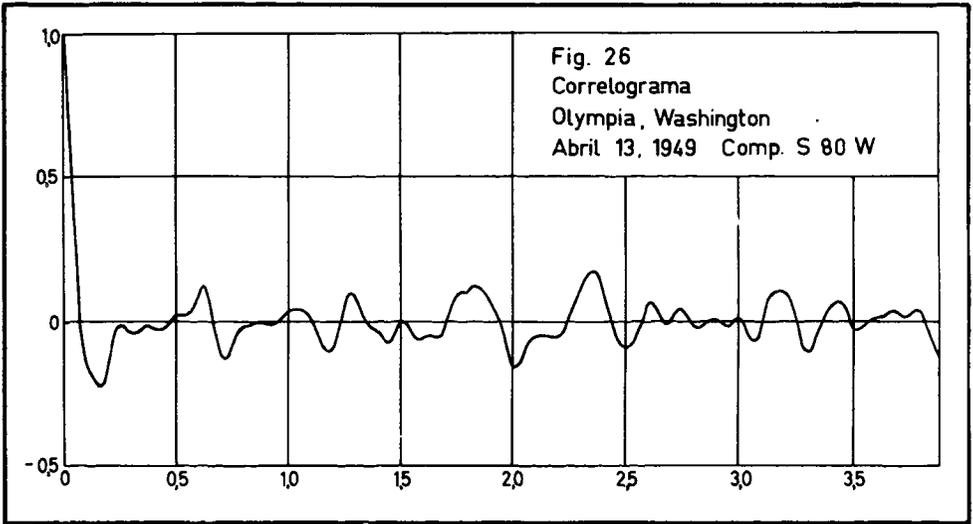
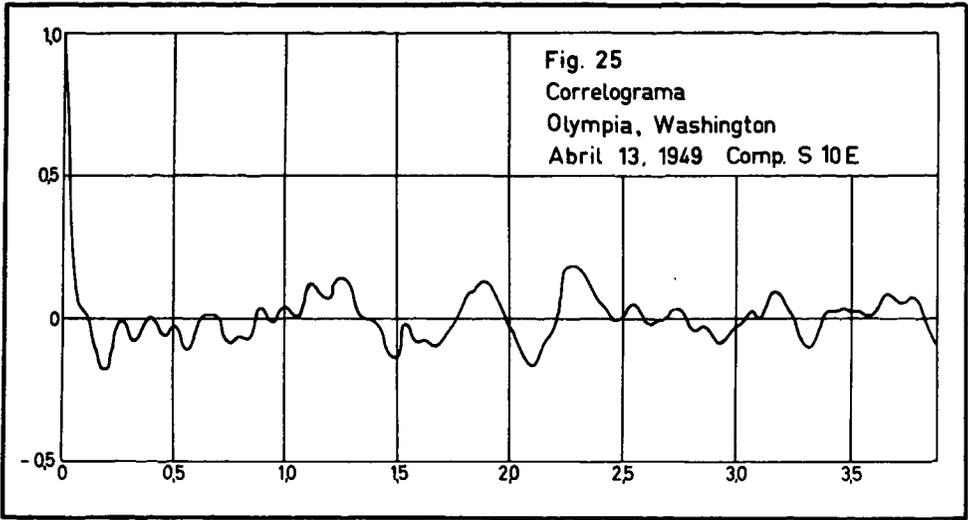
$$S_x(\omega) = \frac{1 + 4 k_g^2 \frac{\omega^2}{\nu g^2}}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\nu g^2}\right)^2 + 4 k_g^2 \frac{\omega^2}{\nu g^2}} \cdot \text{Cte.} \tag{41}$$

Este espectro tiene el defecto de poseer potencia total infinita ya que

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} S_x(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \omega^2 S_x(\omega) = 4 k_g^2 \nu g^2 \cdot \text{Cte} = \text{Cte.} \tag{42}$$

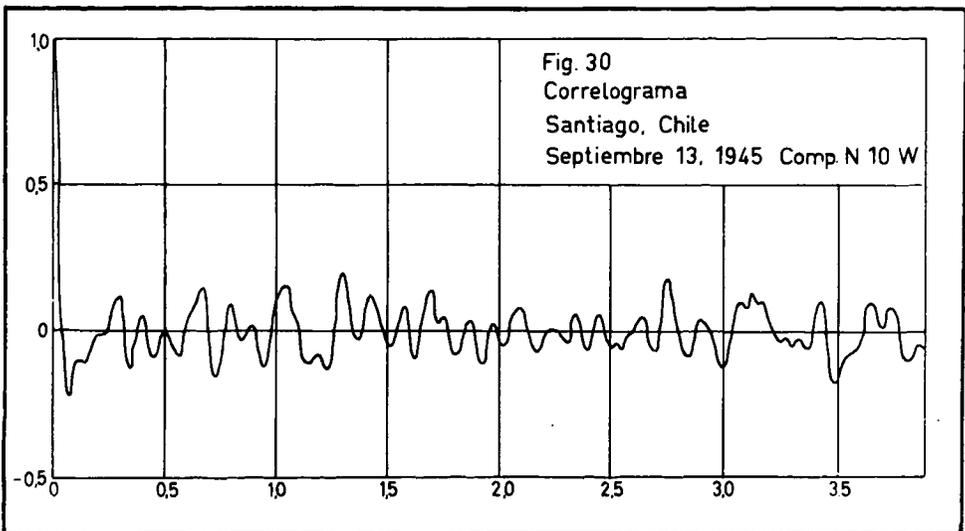
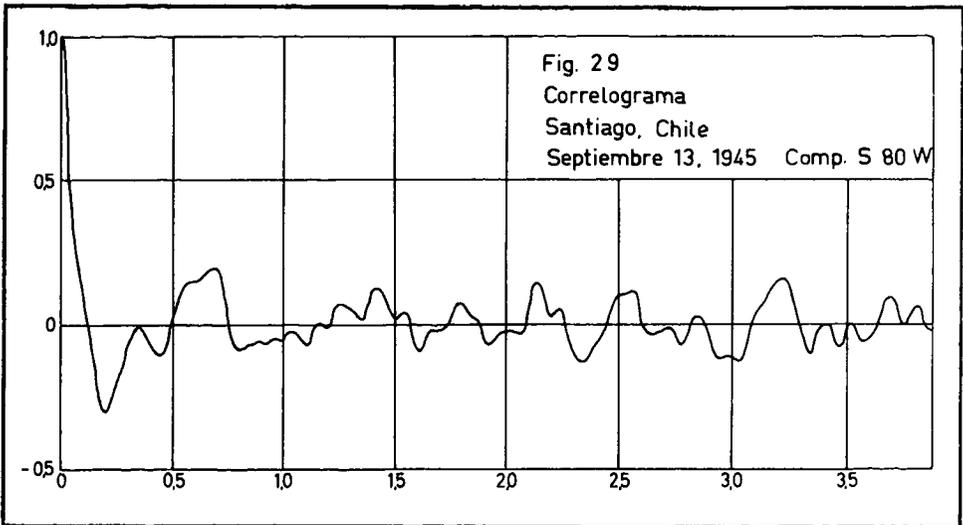
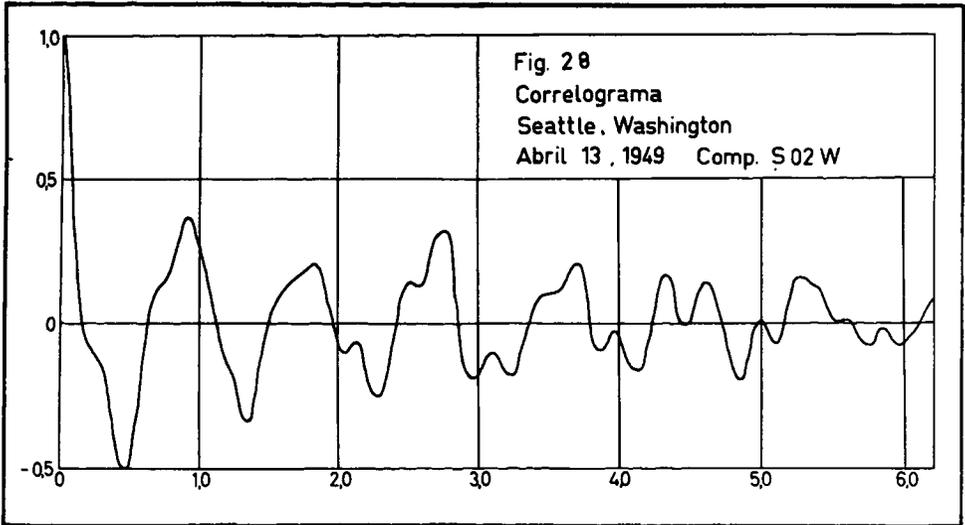
Esto no ocurre si colocamos el resorte y el amortiguador en serie. Esto da origen al siguiente espectro

$$S_x^s(\omega) = \frac{4 k_g^2 \frac{\omega^2}{\nu g^2}}{4 k_g^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\nu g^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\nu g^2}} \cdot \text{Cte} \tag{43}$$



CONCLUSIONES

- a) Un examen de todos los espectros de densidad de potencia lleva a la conclusión que los registros de aceleración de terremotos fuertes están muy lejos de poder ser representados como ruidos blancos.
- b) Los correlogramas correspondientes a los registros de aceleraciones obtenidos en los EE.UU. y en Santiago de Chile resultan fuertemente amortiguados, lo cual quiere decir que para estos temblores la banda de frecuencias es bastante ancha.
- c) En cambio, en los registros de Ciudad de México, los correlogramas presentan un amortiguamiento débil, lo cual significa que una gran parte de la energía es entregada en una banda de frecuencias relativamente estrecha, lo que también puede observarse en los espectros respectivos.
- d) Parece ser que los registros de Ciudad de México contienen componentes deterministas importantes.
- e) Las frecuencias correspondientes a las puntas más importantes que aparecen en los espectros de Ciudad de México (Fig. 47 y 48) son bajas, si se las compara con la generalidad de los espectros obtenidos para los acelerogramas estadounidenses. Esto puede estar - y seguramente está - en relación con la calidad del suelo de fundación. Análoga observación es aplicable al registro obtenido en Seattle en 1949. (Fig. 45 abajo).
- f) En algunos espectros (por ejemplo El Centro) aparecen partes que asemejan rectángulos comprendidos entre dos frecuencias. Esto implicaría que el terremoto correspondiente podría analizarse como un ruido blanco de banda limitada, más un residuo (Fig. 41 abajo).
- g) En muchos espectros aparecen puntas para frecuencias que son múltiplos de una determinada frecuencia (por ejemplo Fig. 45 arriba). La explicación de este fenómeno puede ser que en el acelerograma haya una componente periódica, pero no sinusoidal, de frecuencia ω_0 , que por el proceso de cálculo ha quedado descompuesta en sinusoides de frecuencias $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \dots$ (análisis de Fourier). Otra posibilidad es que en el sismograma existan trozos de senoide (amortiguadas) de frecuencias $\omega_0, 2\omega_0, 3\omega_0, \dots$ lo que tendría que ver con el fenómeno de transmisión de la onda sísmica a través de un medio que puede resonar con estas frecuencias. Esta última posibilidad es más aceptable cuando se trata de espectros con varias puntas de alturas semejantes (Fig. 44, Hollister comp. N 89 W).
- h) Las puntas que se observan en los espectros de densidad de potencia coinciden en cuanto a su ubicación (frecuencia) con puntas observadas en los espectros de respuesta (de velocidad) de Biot, Alford, Martel, Housner y Jennings^{13 15}. Sin embargo, en el espectro de potencia no aparecen, o aparecen



con menos importancia, las puntas correspondientes a las frecuencias más altas. Esto tiene que ver con el hecho de que los espectros de respuesta tienen relación con la respuesta máxima de un oscilador simple amortiguado. Interviene, por lo tanto, la ganancia del oscilador, que es distinta de la ganancia del filtro de Fourier.

i) Los espectros de densidad de potencia se obtienen a partir del acelerograma por medio de operadores lineales. No sucede lo mismo con los espectros de respuesta de Biot, Housner, etc., que se obtienen calculando los máximos de una integral de Duhamel. Esto significa que no se pueden obtener de manera fácil las propiedades estadísticas del movimiento del suelo a partir de los espectros de respuesta. En cambio, los espectros de densidad de potencia calculados en el presente trabajo, expresan directamente propiedades del movimiento del suelo y son independientes de las propiedades de las estructuras colocadas sobre aquel.

j) A partir del espectro de densidad de potencia para la aceleración, se pueden obtener los espectros de densidad de potencia para la velocidad y el desplazamiento, dividiendo por ω^2 y por ω^4 , respectivamente.

k) Cuando se dispone del espectro de densidad de potencia del movimiento del suelo, es posible obtener el espectro de respuesta de un oscilador lineal, simplemente multiplicando por $\phi(i\omega)^2$, en que $\phi(i\omega)$ es la ganancia compleja del oscilador. Esto supone que no hay feed-back; es decir, que la respuesta del oscilador no influye a su vez sobre el movimiento del suelo.

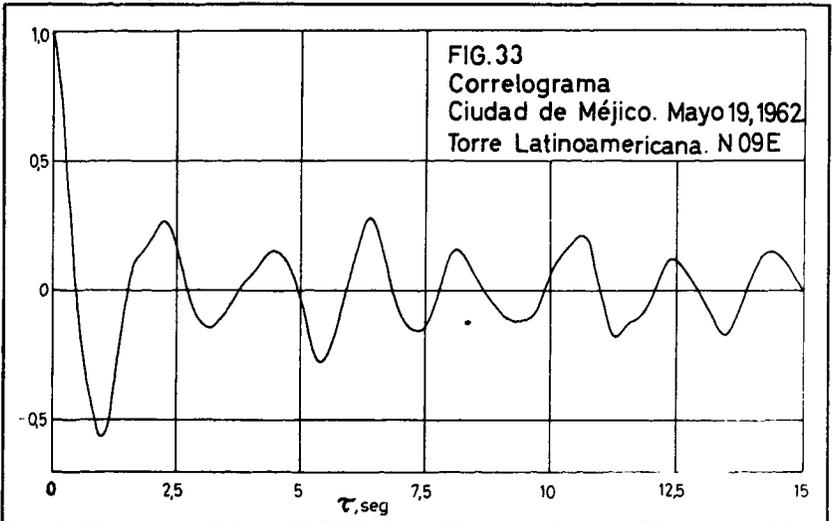
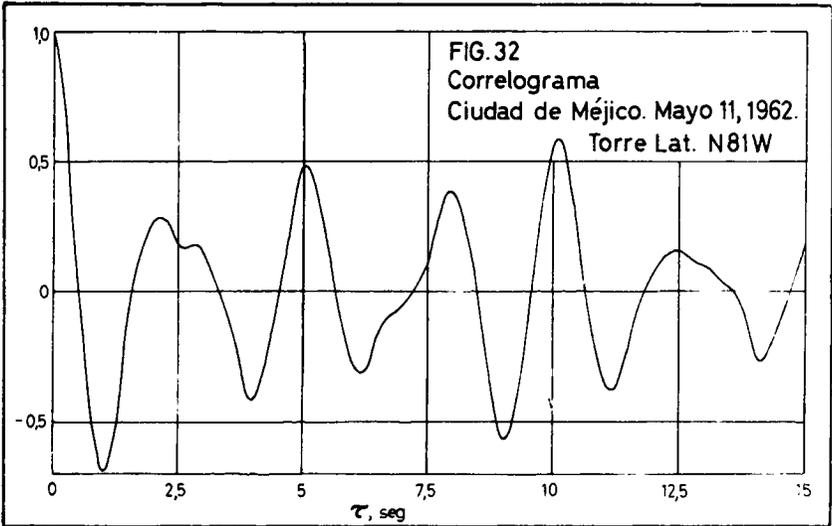
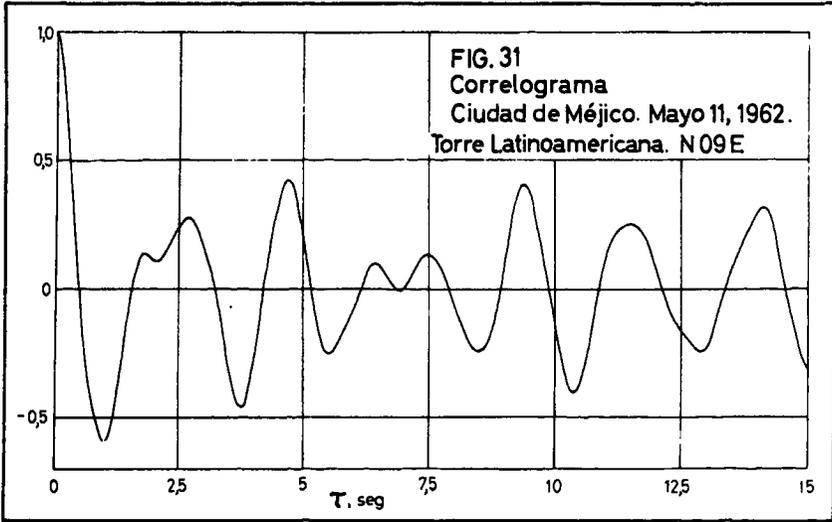
l) Es aceptable suponer, debido a las relaciones del punto j), que el espectro de densidad de potencia para las aceleraciones debe ser nulo en el origen y el límite de $S(\omega)$ cuando $\omega \rightarrow 0$ debe ser además del orden de ω^2 .

Si la primera condición no se cumpliera resultaría que el espectro de velocidad tendría una punta en el origen. Esto significa que el registro de velocidades tiene una componente constante o sea que las velocidades en el suelo crecerían indefinidamente en el tiempo.

Si la segunda condición no se cumple resulta una punta en el origen para el espectro de desplazamientos y, por las mismas razones, el desplazamiento del suelo crecería indefinidamente en el tiempo.

m) En cambio no es necesario que el límite sea de orden igual o superior a cuatro. Si fuera igual a cuatro, el espectro de desplazamientos sería nulo en el origen. Esto significaría que el valor medio del registro de desplazamiento debe ser nulo, lo que no es generalmente cierto porque el suelo puede desplazarse en total en una cantidad finita por efecto del temblor.

n) Los espectros de potencia para las aceleraciones tienden a cero cuando ω crece indefinidamente; por lo menos, así aparece dentro del rango de frecuencias para los cuales se realizó el cálculo.



Con mayor razón los espectros correspondientes a las velocidades y a los desplazamientos tienden a cero cuando ω tiende a infinito. Por otra parte esta propiedad de los espectros de potencia de las aceleraciones es necesaria para que la potencia total del proceso sea finita^{5,12}.

o) En reemplazo del espectro de Kanai, se propone el espectro:

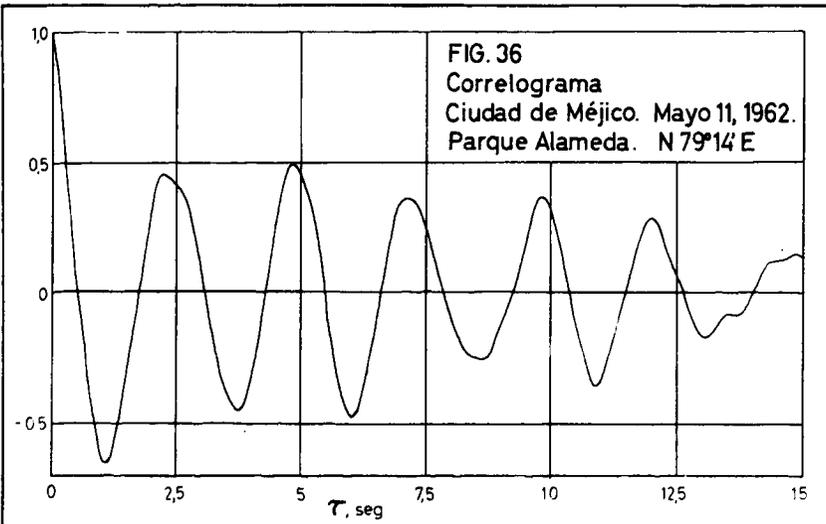
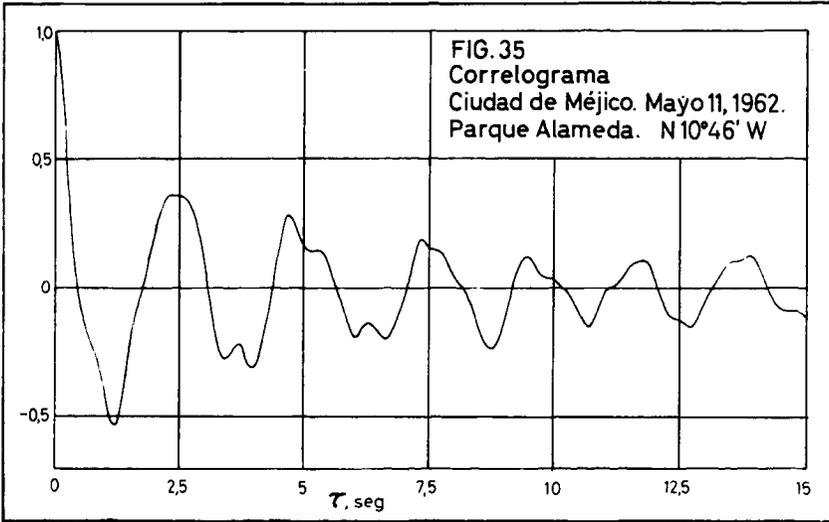
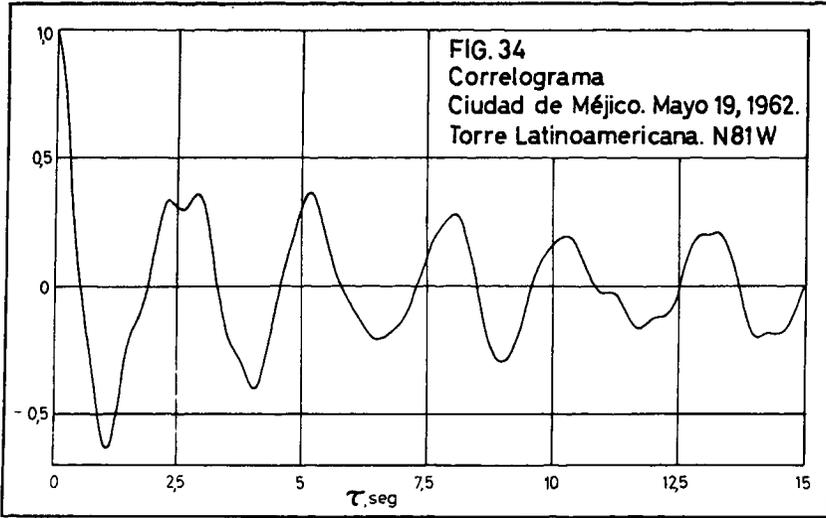
$$S(\omega) = \frac{4 k g^2 \frac{\omega^2}{\nu g^2}}{4 k g^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\nu g^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\nu g^2}} B \quad (43)$$

El espectro que proponemos es de orden dos en el origen y tiende a cero cuando $\omega \rightarrow \infty$. La potencia total resulta, ahora, finita.

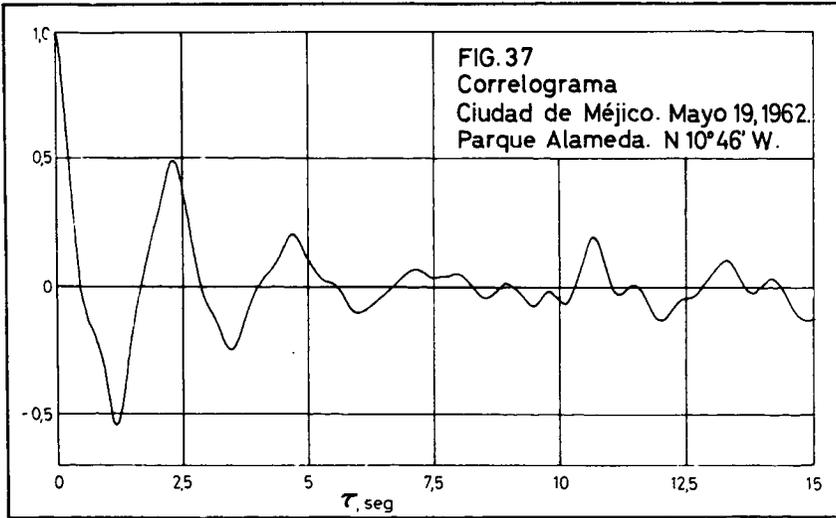
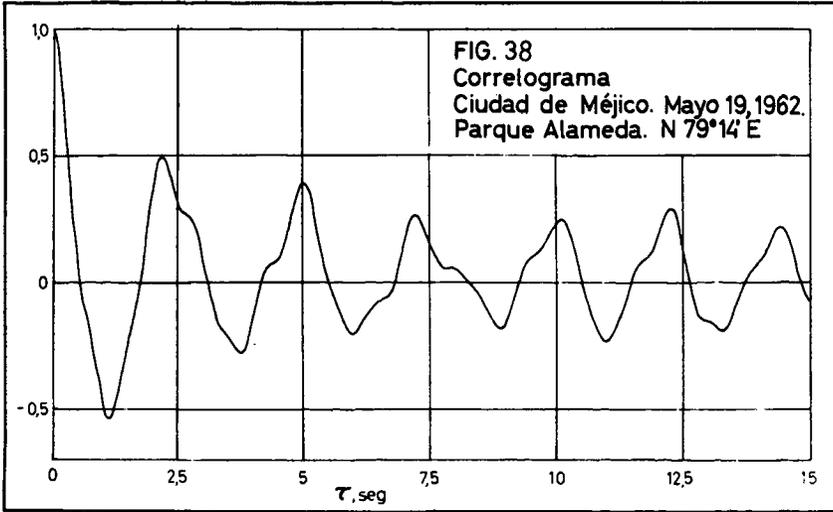
p) Parece ser que el espectro recién propuesto puede representar bien las envolventes de los espectros obtenidos de terremotos reales. Este punto, y la presencia de puntas en los espectros es algo que vale la pena seguir investigando.

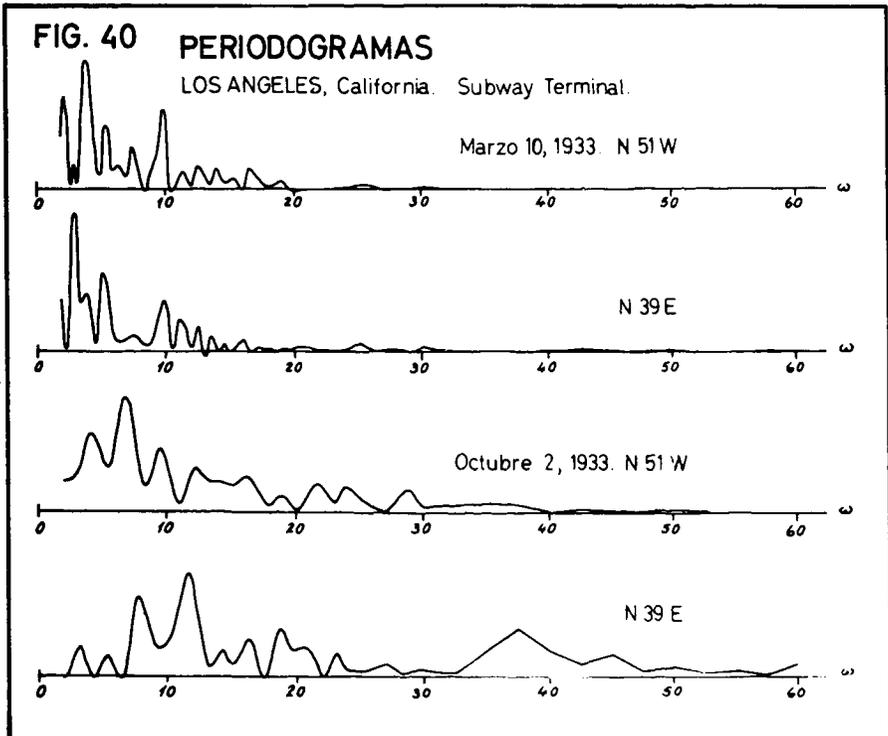
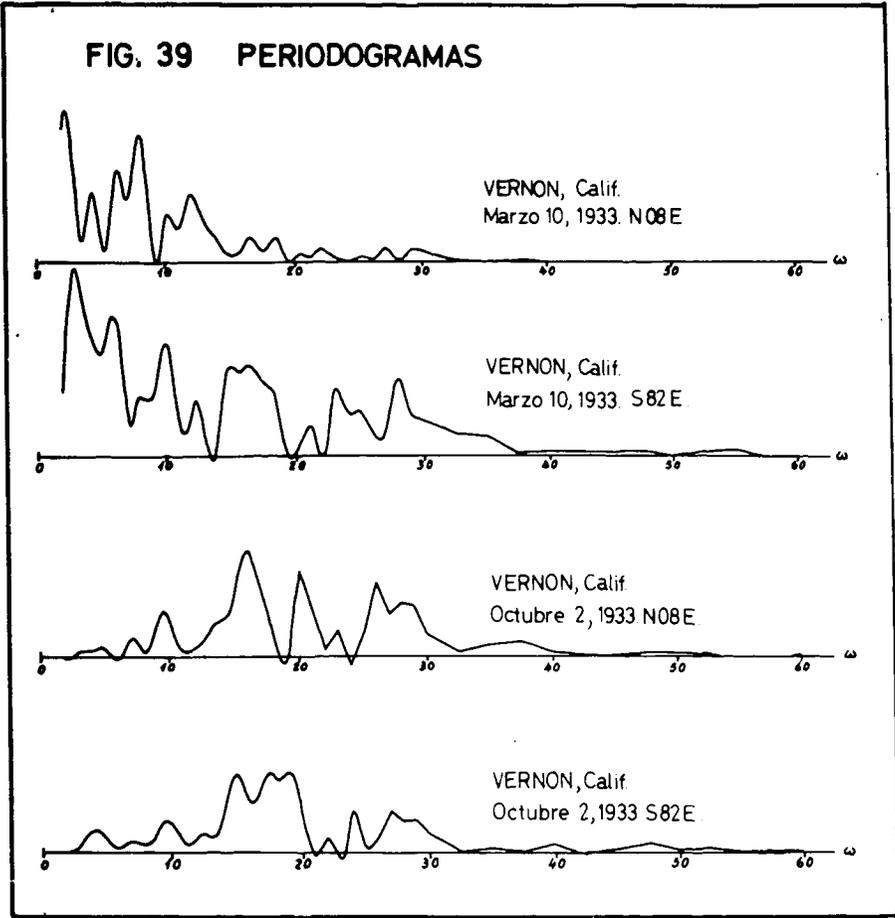
B I B L I O G R A F I A

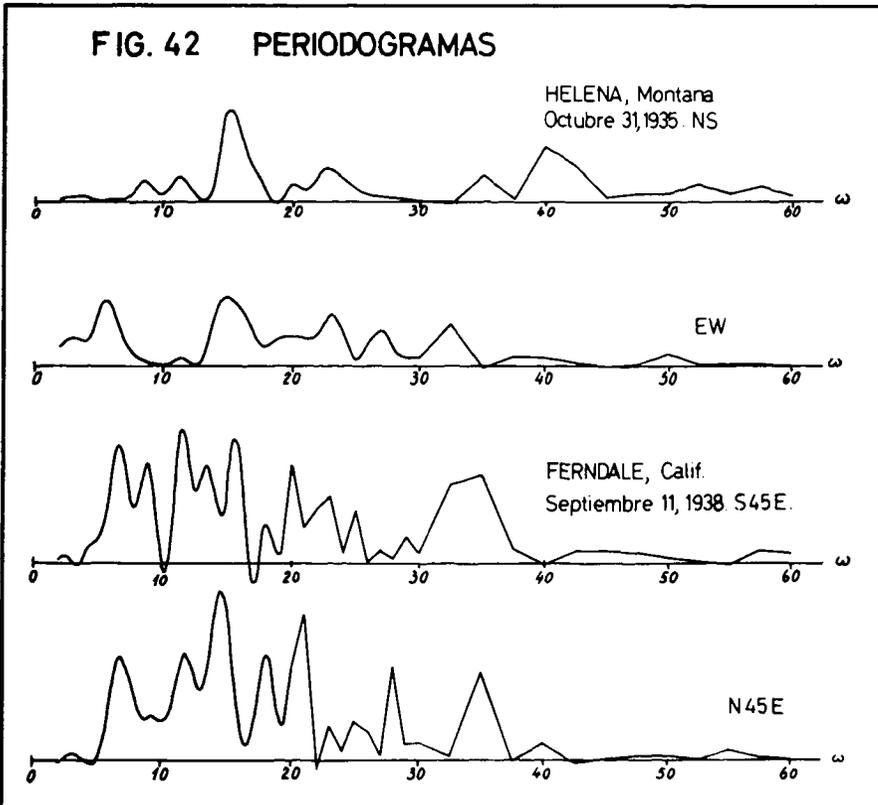
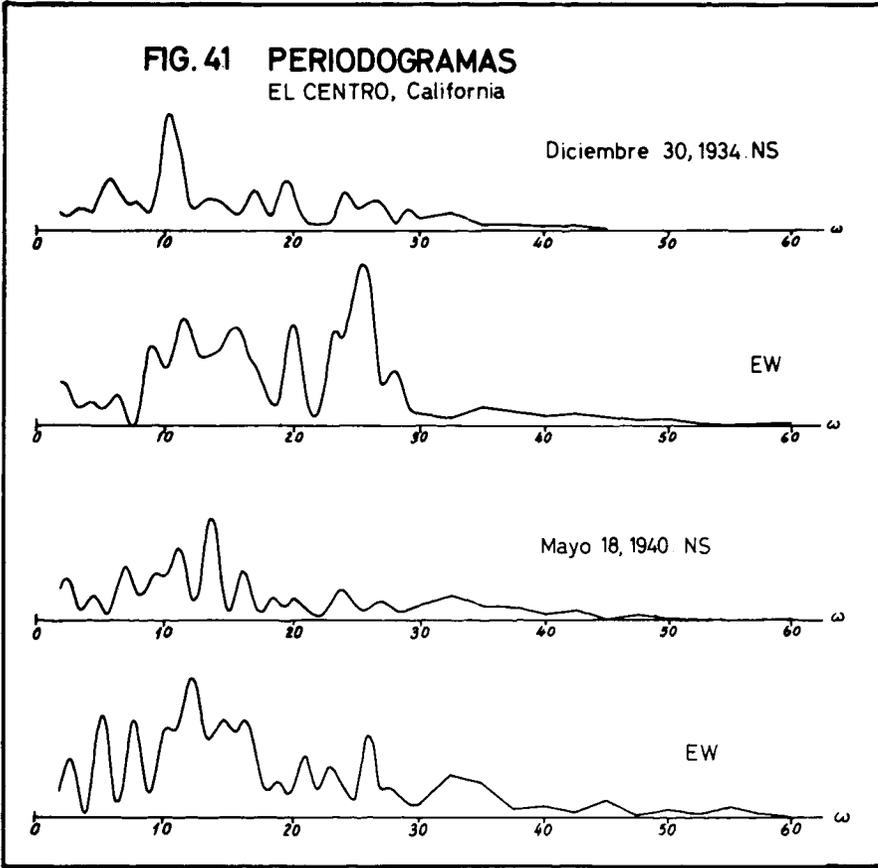
- 1.- HOUSNER, G.W. "Characteristics of Strong - Motion Earthquakes." Bulletin of the Seismological Society of America. vol 37 n° 1 (enero 1947).
- 2.- HUDSON, D.E. "Response Spectrum Techniques in Engineering Seismology. World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley California (junio 1956).
- 3.- ROSENBLUETH, E. "Some Applications of Probability Theory in Aseismic Design." World Conference on Earthquake Engineering Berkeley California (junio 1956).
- 4.- ROSENBLUETH, E. and BUSTAMANTE, J.I. "Distribution of Structural Response to Earthquakes." Proceedings of the American Society of Civil Engineers.
- 5.- KANAI, K. "Semi-Empirical Formula for the Seismic Characteristics of the Ground." Bulletin of the Earthquake Research Institute, Universidad de Tokio vol. 35 (junio 1957).
- 6.- BLANC-LAPIERRE, A. et FORTET R. "Téorie des Fonctions Aléatoires. Masson et Cie. Editeurs, Paris (1953).
- 7.- LANNING, J.H., BATTIN, R.H., "Processus Aléatoires et Systèmes Asservis. Dunod, Paris (1959).
- 8.- MIDDLETON, D. "An Introduction to Statistical Communication Theory." Mc Graw-Hill Book Company, Inc. Capítulos 1 y 3. (1960).
- 9.- SOLODOVNIKOV, V.V. "Introduction to the Statistical Dynamics of Automatic Control Systems." Dover Publications, Inc. New York (1960).
- 10.- ASELTINE, J.A. "Transform Method in Linear System Analysis". Mc Graw-Hill Book Company, Inc. (1958).

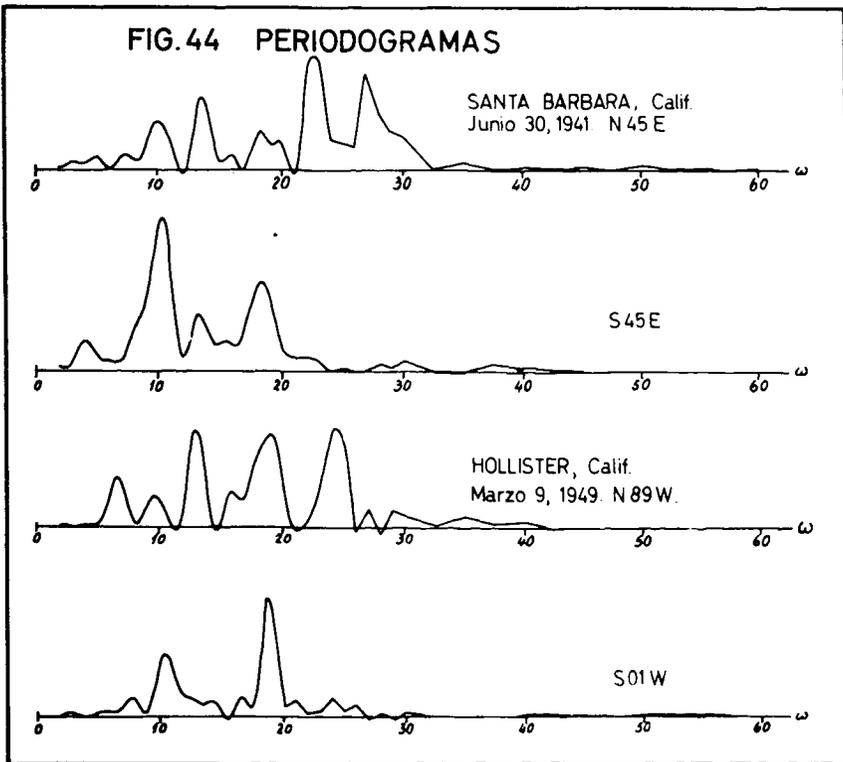
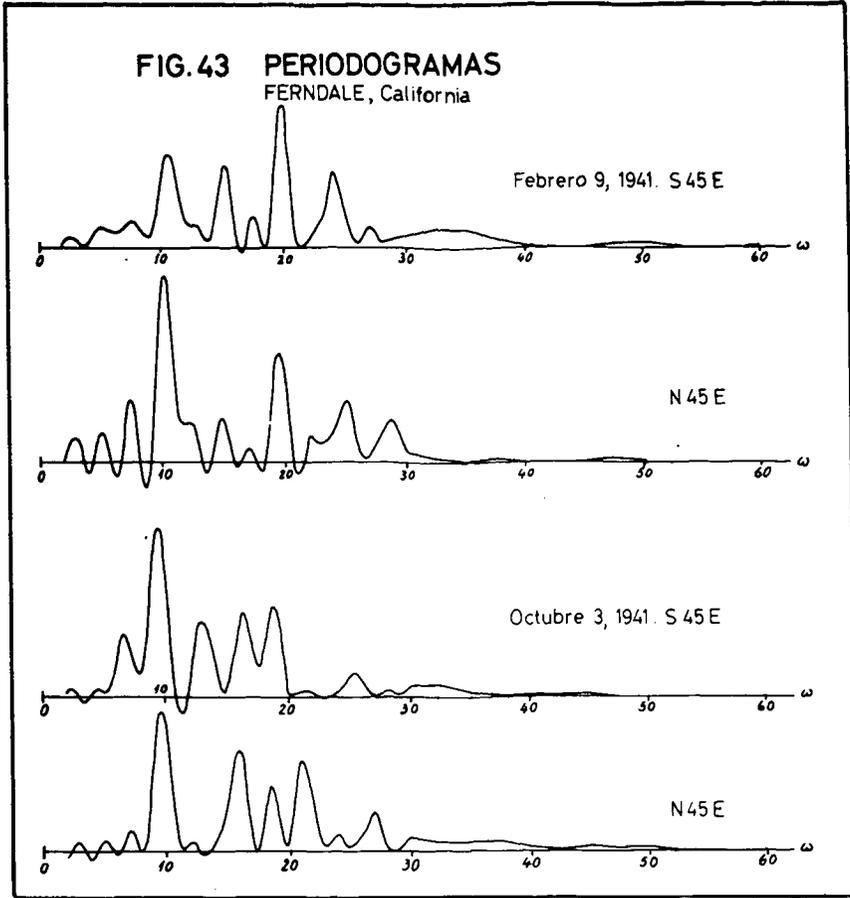


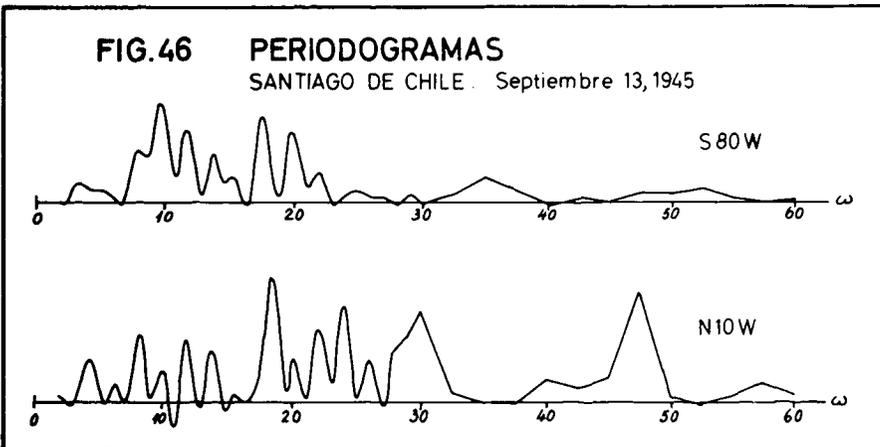
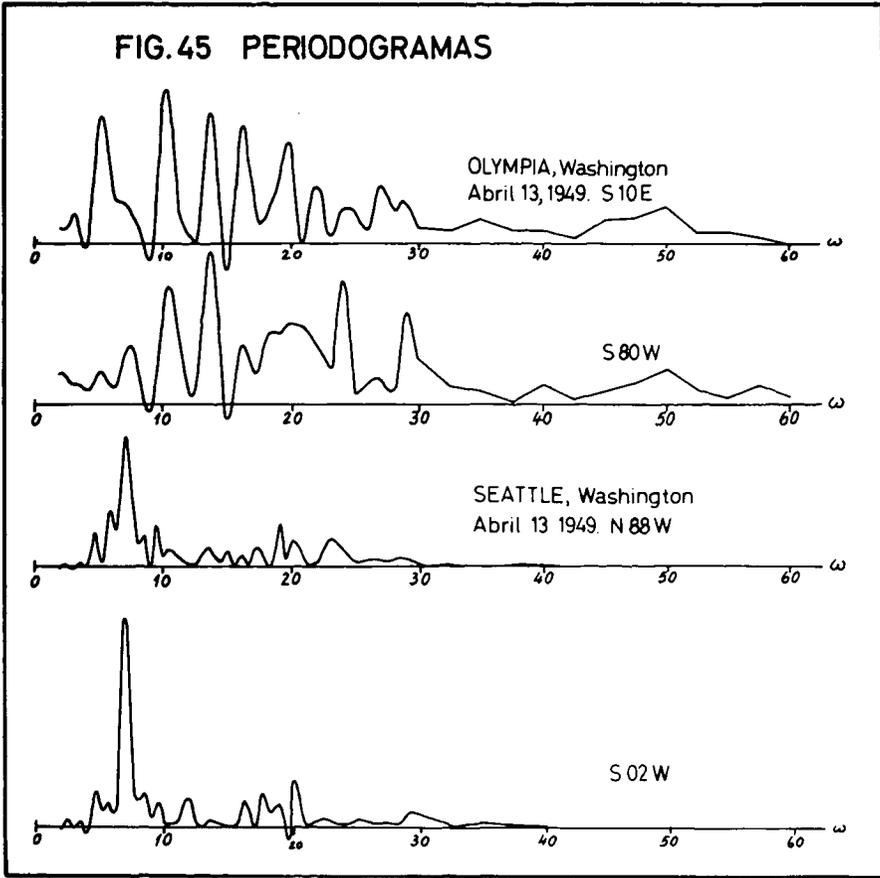
- 11.- WAX, N., "Selected Papers on Noise and Stochastic Processes" New York, Dover Publications (1954).
- 12.- PETIT-LAURENT, L. "Análisis Espectral de Registros de Sismos Fuertes." Universidad de Chile. Memoria de título (1963).
- 13.- ALFORD, HOUSNER, MARTEL. "Spectrum Analyses of Strong-Motion Earthquakes." Pasadena California Institute of Technology, Earthquake Research Laboratory, (1951).
- 14.- LEPE, J. y TORRES, R. "Péndulo de Torsión en el Análisis Sísmico." Universidad de Chile Memoria de título. (1950).
- 15.- JENNINGS, P.C. "Velocity Spectra of the Mexican Earthquakes of 11 May and 19 May 1962." Pasadena. California Institute of Technology, Earthquake Research Laboratory (1962).
- 16.- FILON, L.N.G. "Proc. Roy Soc. Edinburgh", 49, 38 (1928 - 1929).
- 17.- SNEDDON, I. "Fourier Transform". Mc Graw-Hill, 1951, pp. 519 - 521.
- 18.- TRANTER. "Integral Transforms in Mathematical Physics".
- 19.- TAJINI, H., A "Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure During an Earthquake." Proceedings of the Second World Conference on Earthquake Engineering, vol 2 Tokio y Kioto, Japón (julio 1960).

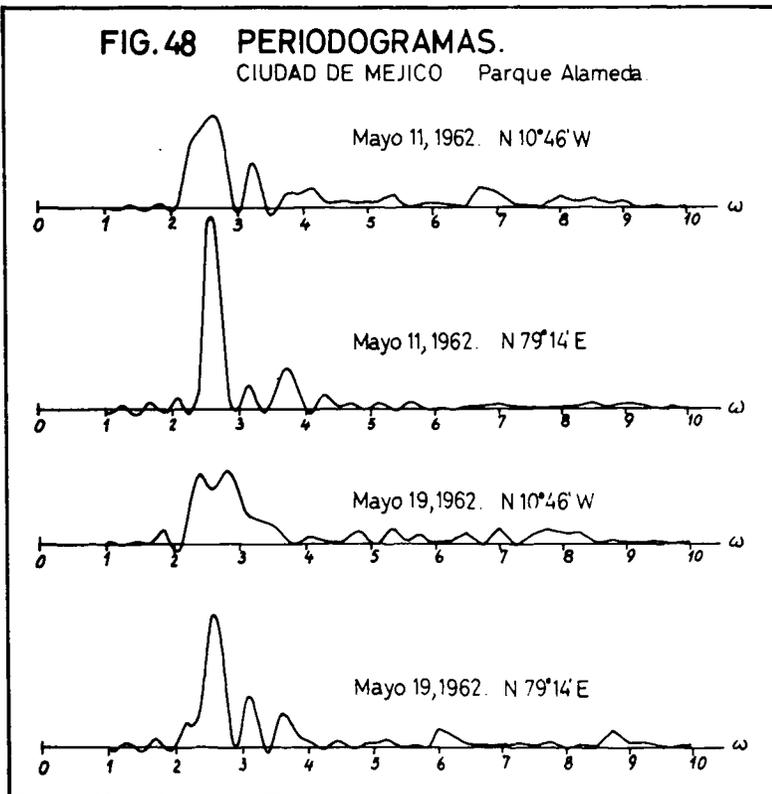
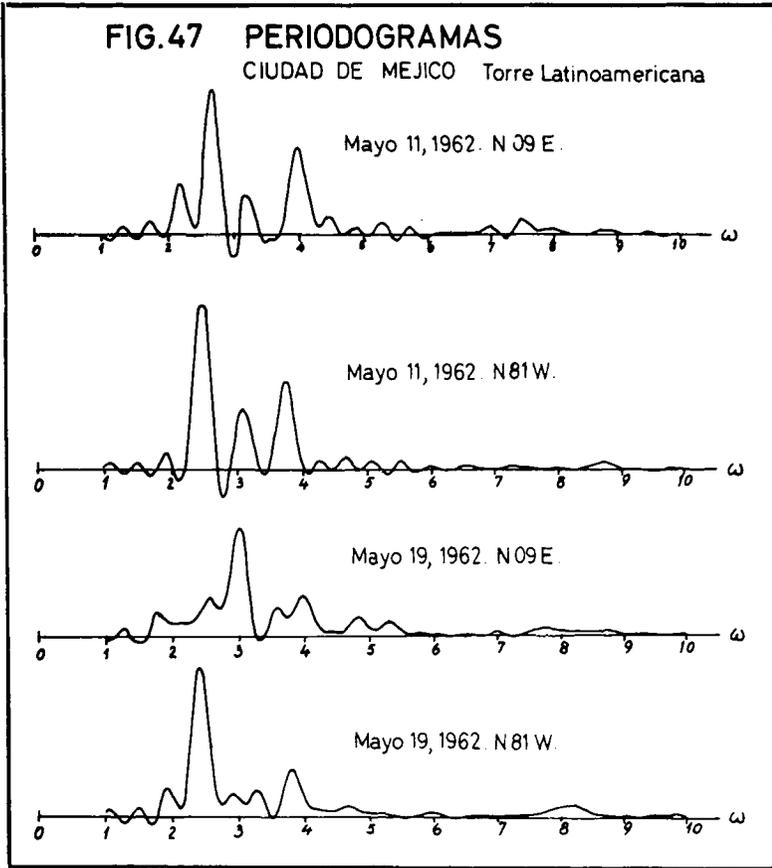












**AUTOCORRELATION FUNCTIONS AND POWER SPECTRAL DENSITY OF
STRONG - MOTION ACCELEROGRAMS**

SUMMARY:

Some statistical properties of strong motion accelerograms considered as stochastic processes are described. A second order description is chosen by means of autocorrelation functions and power spectral density. A total of 38 accelerograms were analyzed: 28 are records obtained in the U.S.A.; 2 belong to an earthquake recorded in Santiago de Chile, and the rest correspond to two earthquakes recorded at two different stations in Mexico City. Tracings of the above mentioned functions are given for all of them.

The results are discussed, specially in connection with two theoretical models of accelerograms: the first is a white-noise model and the second one was proposed by Kanai.