

DENSIDADES MAXIMAS Y MINIMAS DE LAS ARENAS BIO-BIO

Ricardo DOBRY*
Mauricio POBLETE**

RESUMEN

Se dan los resultados de determinaciones de las densidades máximas y mínimas de 19 muestras de arena limpia del Bío-Bío. Se deduce la ecuación de regresión que permite calcular la densidad máxima a partir de la densidad mínima, y se propone un método de control de rellenos compactados de este material que permitiría eliminar la determinación experimental de la densidad máxima.

INTRODUCCION

Existen varias formas de definir cuantitativamente el estado de compacidad de un suelo granular. De ellas, la densidad relativa (D_{rel}) es la que tiene un significado físico más general. Se define por la expresión:

$$D_{rel} (\%) = \frac{e_{m\acute{a}x} - e_{nat}}{e_{m\acute{a}x} - e_{m\acute{i}n}} \times 100 \quad (1)$$

e_{nat} = relación de vacíos del suelo

$e_{m\acute{a}x}$ = relación de vacíos máxima (en el estado más suelto posible)

$e_{m\acute{i}n}$ = relación de vacíos mínima (en el estado más compacto posible)

D_{rel} puede variar entre 0 y 100%

En la práctica, es más usada la expresión:

$$D_{rel} (\%) = \frac{D_{m\acute{a}x}}{D_{nat}} \times \frac{D_{nat} - D_{m\acute{i}n}}{D_{m\acute{a}x} - D_{m\acute{i}n}} \times 100 \quad (2)$$

*Jefe Sección Mecánica de Suelos del Laboratorio Zonal de IDIEM en Concepción, Ingeniero Civil, Maestro en Ingeniería (Mecánica de Suelos).

**Egresado de Ingeniería Civil.

D_{nat} = densidad seca del suelo

D_{min} = densidad seca mínima (en el estado más suelto posible)

$D_{máx}$ = densidad seca máxima (en el estado más compacto posible)

D_{nat} , D_{min} y $D_{máx}$ se expresan usualmente en kg/dm^3 .

En la zona de Concepción abunda la arena, y se presenta a menudo la necesidad de determinar densidades relativas, ya sea de suelos arenosos naturales (como parte de estudios de fundaciones) o de rellenos arenosos artificiales (como parte del control de compactación).

El Laboratorio Zonal de IDIEM en Concepción realiza este trabajo, midiendo D_{nat} en terreno por el método de la arena normal (Norma ASTM D1556-34); posteriormente se obtienen muestras representativas que se llevan al laboratorio para determinar su D_{min} y $D_{máx}$.

En el presente trabajo se establece una relación empírica entre D_{min} y $D_{máx}$ de las arenas típicas de la región (arenas Bío-Bío), válida para empréstitos de la zona indicada en la Fig. 1. Este resultado forma parte de un estudio más amplio que se realiza actualmente en el Laboratorio Zonal de IDIEM sobre las propiedades de las arenas Bío-Bío (Plan Concepción)*.

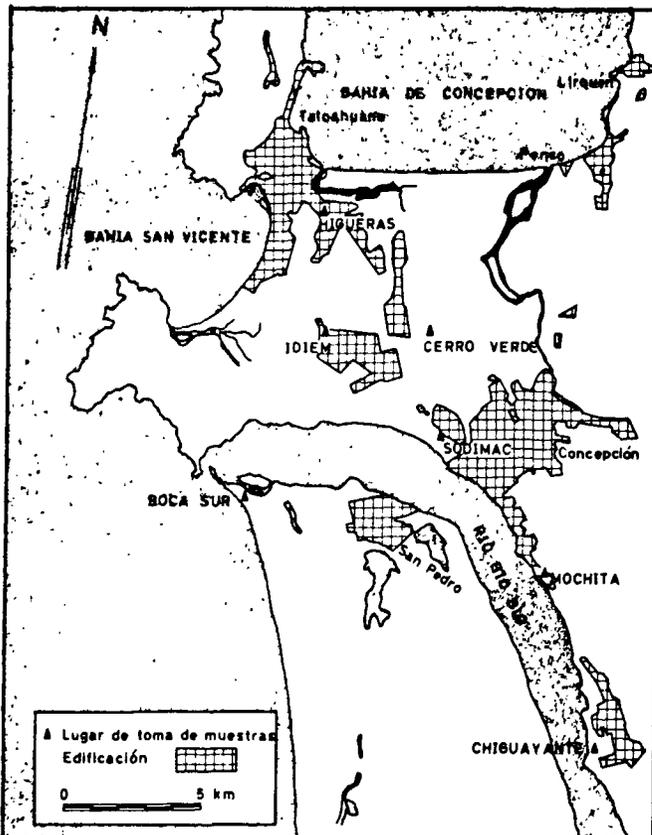


Fig. 1. Croquis de ubicación de las muestras.

* Véase Revista del IDIEM, vol 5, nº 2 (octubre 1966), p. 147.

EL MATERIAL

Las arenas Bío-Bío son sedimentos cuaternarios de origen volcánico basáltico, transportados por el río Bío-Bío desde la Cordillera de Los Andes y acumulados en grandes depósitos cerca de la desembocadura. En general es de color gris oscuro, y está formada por granos semiangulosos.

Aunque en muchos lugares aparece como arena limosa (SM), interesaron para este estudio sólo los depósitos de arena limpia (SP: menos del 12% del peso total pasa por la malla 200, de abertura 0,074 mm). Es esta arena limpia la que se usa más comúnmente en los rellenos compactados bajo el sello de fundación de estructuras importantes. En la Fig. 2 se aprecia el aspecto de una muestra de arena limpia Bío Bío.



Fig. 2. Arena Bío Bío.

TECNICA EXPERIMENTAL

La definición de D_{rel} es ambigua, mientras no se especifique claramente la forma de determinar $D_{mín}$ y $D_{máx}$. Ello es necesario, ya que distintos métodos dan resultados diferentes. Sólo en 1964 ASTM hizo una proposición de norma a este respecto, la que aún se encuentra en discusión.

Los métodos en uso en el Laboratorio Zonal para este tipo de material, son los que se describen a continuación:

Densidad mínima ($D_{mín}$).

Se usa un molde de 4" de diámetro y 1/30 de pie cúbico de capacidad, similar al utilizado en el Ensayo Próctor Standard, Método A. La arena, previamente secada al horno y homogeneizada, se deposita muy suavemente con una poruña en el molde, que se mantiene inclinado, y que se va enderezando a medida que se llena. Una vez colmado el recipiente, se enrasa, se limpia y se pesa. En todo momento debe evitarse cualquier tipo de vibración, los movimientos bruscos y la caída libre de los granos.

Densidad máxima ($D_{m\acute{a}x}$).

Se utiliza el mismo molde anterior, con el agregado de un cuello superior, y se trabaja con la misma muestra usada en la determinación de $D_{m\acute{i}n}$. La arena se coloca en el recipiente en 5 capas, cada una de las cuales tiene aproximadamente 3 cm de altura. Cada capa se somete a vibración durante unos 70 segundos, manteniendo el molde sobre una mesa vibradora Soiltest LT-164; simultáneamente se golpea el costado del molde con una barra metálica.

La mesa produce un movimiento oscilatorio vertical de amplitud 0,575 mm, con una frecuencia de 50 cps. Una vez compactada la última capa, se retira el cuello superior, se enrasa, se limpia y se pesa.

Mediante algunas experiencias comparativas, se ha podido verificar que, para este suelo, ni su saturación, ni el agregado de sobrecarga en la forma recomendada por ASTM, aumentan el valor de $D_{m\acute{a}x}$ obtenido en la forma descrita.

EXPERIENCIAS REALIZADAS

Se obtuvieron 19 muestras de arena en 7 lugares cuya localización se indica en la Fig. 1. Varios de estos lugares se encuentran actualmente en explotación extrayéndose material para hormigones y para rellenos compactados. To-

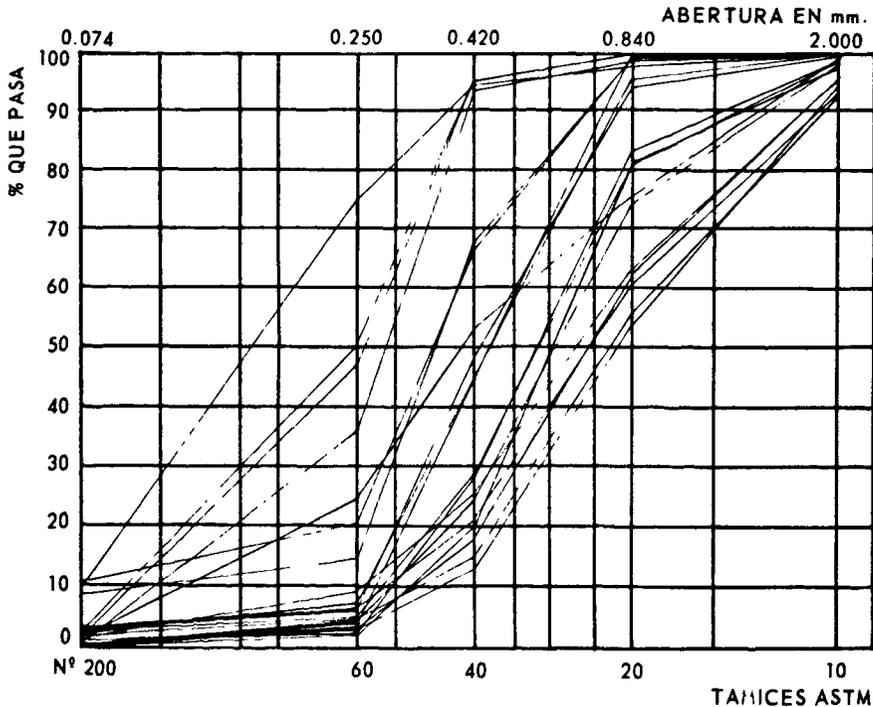


Fig. 3. Arenas Bío Bío, curvas granulométricas de 19 muestras estudiadas.

das las muestras se obtuvieron en la superficie del terreno o en pozos, con excepción de las de Mochita, que fueron dragadas del río.

Las curvas granulométricas de las 19 muestras aparecen en la Fig. 3.

En la Tabla I se detallan los resultados de las experiencias. Cada una de las muestras fue debidamente homogeneizada, secada al horno y dividida en 6 submuestras; a 3 de ellas se les determinó D_{\min} , y a las 6 se les determinó D_{\max} .

TABLA I
EXPERIENCIAS REALIZADAS

Origen muestra	Nº de muestra	Peso específico kg/dm ³	Densidad mínima			Densidad máxima		
			Nº de determs.	Valor medio kg/dm ³	Desv. típica kg/dm ³	Nº de determs.	Valor medio kg/dm ³	Desv. típica kg/dm ³
Higueras	1	2.98	3	1.373	0.0058	6	1.659	0.0067
Higueras	2	2.89	3	1.422	0.0029	6	1.729	0.0097
Higueras	3	2.89	3	1.423	0.0029	6	1.732	0.0026
Higueras	4	2.91	3	1.523	0.0029	6	1.857	0.0052
Sodimac	5	2.82	3	1.360	0	6	1.658	0.0075
Sodimac	6	2.82	3	1.340	0	6	1.672	0.0068
Sodimac	7	2.82	3	1.319	0.0017	6	1.653	0.0042
Planta Mochita	8	2.80	3	1.482	0.0029	6	1.786	0.0080
Planta Mochita	9	2.81	3	1.480	0	6	1.788	0.0028
Boca Sur	10	2.93	3	1.490	0	6	1.798	0.0076
Boca Sur	11	2.90	3	1.562	0.0029	6	1.877	0.0026
Boca Sur	12	2.93	3	1.500	0	6	1.803	0.0088
Chiguayante	13	2.82	3	1.413	0.0029	6	1.710	0.0187
Chiguayante	14	2.82	3	1.425	0	6	1.738	0.0042
Chiguayante	15	2.84	3	1.423	0.0029	6	1.739	0.0059
Cerro verde	16	2.80	3	1.517	0.0029	6	1.846	0.0216
Cerro verde	17	2.80	3	1.512	0.0029	6	1.835	0.0123
Cerro verde	18	2.78	3	1.510	0	6	1.844	0.0074
IDIEM	19	---	3	1.328	0.0029	6	1.649	0.0067
Totales		51.27	57	27.402		114	33.373	
Valores medios generales		2.848	--	1.4422	0.00253	--	1.7565	0.00925
Coefficiente de variación					0.17%			0.53%

Para reducir a un mínimo la dispersión de los resultados, un mismo laboratorista hizo todas las determinaciones de D_{\max} , y otro las de D_{\min} .

Como las desviaciones típicas experimentales fueron estimadas con un número de grados de libertad > 30 , se puede suponer que se trata de las desviaciones típicas verdaderas. Así, si:

$$x = D_{\min}$$

$$y = D_{\max}$$

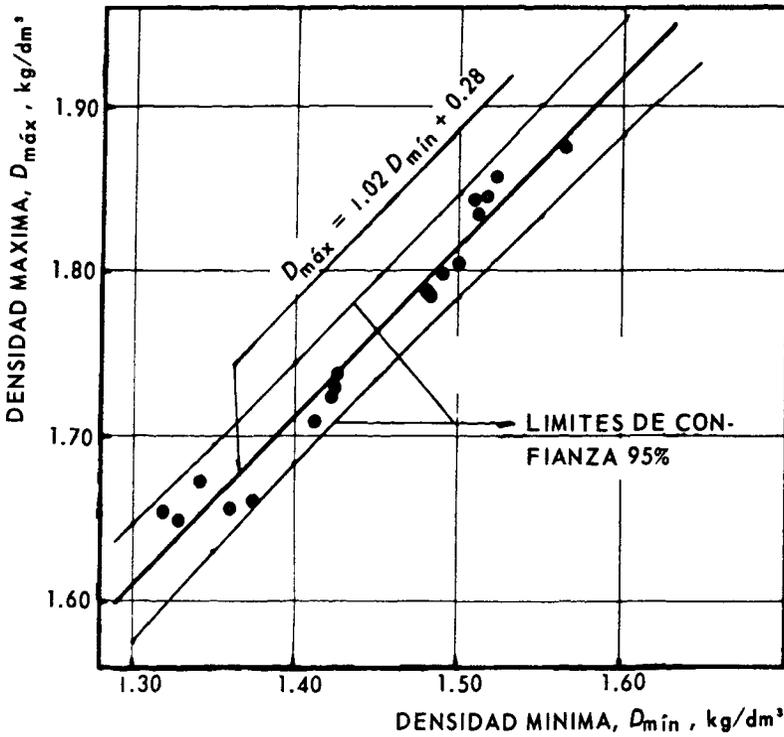


Fig. 4. Arenas Bío-Bío, densidad máxima en función de la densidad mínima.

σ_x = desviación típica de $x = 0,00253$

σ_y = desviación típica de $y = 0,00925$

Es interesante que $\sigma_y = 3,7 \sigma_x$, lo que indica que el ensayo de $D_{mín}$ es mucho más repetitivo que el de $D_{máx}$.

Si se designa $Z = D_{rel}$ la ecuación (2) puede expresarse así:

$$Z = \frac{y (D_{nat} - x)}{D_{nat} (y - x)} \cdot 100 \tag{3}$$

La dispersión de las determinaciones de la densidad relativa debidas a σ_x y σ_y puede calcularse mediante la expresión:

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 \tag{4}$$

Sea un ejemplo numérico, en que:

- $D_{nat} = 1,62 \text{ kg/dm}^3$
- $x = D_{mín} = 1,42 \text{ kg/dm}^3$
- $y = D_{máx} = 1,73 \text{ kg/dm}^3$
- $z = D_{rel} = 68,9\%$

Resulta ser: $\sigma_z = 1,7\%$, y los límites de confianza 95% de esta determinación de D_{rel} son $68,9 - 3,3 = 65,6\%$ y $68,9 + 3,3 = 72,2\%$.

En la Fig. 4 se han llevado a un gráfico los valores de $D_{mín}$ y $D_{máx}$ de las 19 muestras. Se calculó la regresión lineal, con el siguiente resultado:

$$r = \text{coeficiente de correlación} = 0,9831$$

$$D_{máx} = 0,282 + 1,022 D_{mín} \tag{5}$$

Es interesante estimar la dispersión de los valores de $D_{máx}$ calculados mediante (5), y compararla con las de las $D_{máx}$ experimentales.

En la Fig. 4 se han dibujado los límites de confianza 95% de la regresión; 95 de cada 100 muestras que se tomen de arena limpia Bío-Bío, y en las que se determinen $D_{mín}$ y $D_{máx}$ exactamente en la misma forma en que se hizo con las 19 muestras iniciales, darán puntos comprendidos entre ambos límites de confianza.

La ecuación de los límites de confianza es:

$$y = y_r + \epsilon$$

$$y = \text{ordenada de los límites de confianza} \tag{6}$$

$$y_r = \text{ordenada de la regresión}$$

$$\epsilon \text{ varía de } 0,031 \text{ a } 0,035 \text{ según el valor de } x$$

La expresión (4) puede modificarse así:

$$\epsilon_z^2 = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 \epsilon_x^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 \epsilon_y^2 \tag{7}$$

en que ϵ_z , ϵ_x y ϵ_y corresponden a los límites de confianza de D_{rel} , $D_{mín}$ y $D_{máx}$, respectivamente. Volviendo al ejemplo numérico dado más arriba, y si se supone que se ha calculado $D_{máx}$ a partir de la regresión, se tiene:

$$\epsilon_x = 1,96 \cdot 0,00253 = 0,0050$$

$$\epsilon_y = = 0,0316 \text{ (Fig. 5 para } D_{mín} = 1,42)$$

$$\epsilon_z = = 5,8\% \text{ (calculado con (7))}$$

En la Tabla II se comparan los límites de confianza 95%, para D_{rel} calculada de $D_{máx}$ experimental y de $D_{máx}$ regresión.

Los valores de la Tabla II dan una idea de la dispersión adicional que se introducirá en el cálculo de D_{rel} al utilizar (5) para calcular $D_{máx}$.

En la práctica, muchas veces $D_{máx}$ y $D_{mín}$ se determinan sobre una muestra, y después este par de valores se utiliza en el cálculo de 5 ó 10 densidades relativas. Esto es una fuente de error en el cálculo de D_{rel} , ya que el material usado en la obra es heterogéneo; en la Tabla I, la variación en los valores de $D_{mín}$ y $D_{máx}$ de muestras provenientes de un mismo lugar (p. ej. Hi-

TABLA II
LIMITES DE CONFIANZA 95% EN EJEMPLO

		Para $D_{m\acute{a}x}$ experimental	Para $D_{m\acute{a}x}$ de regresión
Semi amplitud del intervalo	ϵ_z	3,3%	5,8
Valor medio	D_{rel}	68,9	68,9
Límite inferior	$D_{rel} - \epsilon_z$	65,6	63,1
Límite superior	$D_{rel} + \epsilon_z$	72,2	74,7

gueras), indica que la dispersión originada por este solo hecho puede ser mayor que las analizadas hasta aquí.

La simplicidad, rapidez y repetitividad de la medición experimental de $D_{m\acute{a}x}$ hacen factible realizar una determinación para cada muestra de densidad natural, calculando $D_{m\acute{a}x}$ con (5). Es posible que la precisión lograda por este método supere incluso a la que se obtiene con la práctica actual.

Los elementos necesarios para determinar $D_{m\acute{a}x}$ en terreno son:

- 1 balanza
- 1 horno o cocinilla
- 1 molde metálico
- 1 paila
- 1 poruña
- 1 espátula larga para enrasar
- 1 cepillo de limpieza

Varios de estos elementos son los mismos que se usan en la determinación de la densidad natural.

CONCLUSIONES

1. Para las arenas limpias tipo Bío-Bío, el ensayo de $D_{m\acute{a}x}$ tiene una precisión casi 4 veces mayor que el de $D_{m\acute{a}x}$.
2. Es válida, para estas arenas, la ecuación empírica $D_{m\acute{a}x} = 0,28 + 1,02 D_{m\acute{a}x}$ con un coeficiente de correlación $r = 0,983$. Si se calcula D_{rel} aprovechando esta regresión, la dispersión es casi el doble que la obtenida de $D_{m\acute{a}x}$ experimentalmente.
3. Si al utilizar la regresión en el control de rellenos compactados, se determina $D_{m\acute{a}x}$ en el terreno para cada muestra, se puede lograr para D_{rel} una menor dispersión que en la práctica actual, en la cual los valores de $D_{m\acute{a}x}$ y $D_{m\acute{a}x}$ determinados sobre una muestra se utilizan para el cálculo de 5 ó 10 densidades relativas.

REFERENCIAS

1. ASTM STANDARD. Bituminous materials; soils skid resistance, Part 11, March, 1965.
2. MARTINEZ, F. "Informe sobre el subsuelo de la ciudad de Concepción" para la I. Municipalidad de Concepción, Santiago, 1961.
3. DAVIES, O. "Métodos estadísticos aplicados a la investigación y a la producción", Madrid, 1960.
4. CHEW, V. "Experimental design in industry" (a Symposium), John Wiley and Sons, 1958.

MAXIMUM AND MINIMUM DENSITIES OF BIO-BIO SANDS

SUMMARY:

The results of maximum and minimum densities for 19 samples of clean sand from Bio-Bio are presented. A regression line is derived that allows to figure maximum density out of minimum density. On this basis a control method is proposed to check compacted fills made of this material which makes unnecessary to actually measure the maximum density.

